# УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ им. В. А. ТРАПЕЗНИКОВА РАН

На правах рукописи

UTPeznob

РЕЗКОВ Илья Геннадьевич

# Адаптивные регуляторы с конечно-частотной идентификацией

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)

### ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

> Научный руководитель д. ф.-м. н., проф. Александров Альберт Георгиевич

# Содержание

Введен	ие		4			
Глава 1	L. Обз	вор систем с адаптивными регуляторами	6			
1.1.	Систем	иы с ПИД-регуляторами	6			
	1.1.1.	Модель системы управления с ПИД-регулятором	6			
	1.1.2.	Классические методы настройки ПИД-регуляторов	7			
	1.1.3.	Метод, использующий непараметрическую математическую модель	0			
		объекта	8			
	1.1.4.	Алгоритмы настройки регулятора с использованием параметрической идентификации	9			
	1.1.5.	Адаптация ПИД-регулятора для объектов специального вида	11			
	1.1.6.	Модификации ПИД-регулятора	11			
1.2.	Точнос	тные регуляторы	12			
	1.2.1.	Подходы к построению точностных регуляторов	12			
	1.2.2.	Конечно-частотный подход	12			
	1.2.3.	Частотный адаптивный регулятор	14			
1.3.	Вывод	ы к первой главе	16			
Глава 2	2. Час	тотный адаптивный ПИД–регулятор	17			
2.1.	Постан	ювка задачи	17			
2.2.	Алгори	Алгоритм адаптивного управления				
2.3.	Структ	Структурная схема адаптивного регулятора 1				
2.4.	2.4. Программное обеспечение адаптивного ПИД-регулятора для промышлен					
	контро	ллера WinCon W-8341	21			
2.5.	Экспер	риментальные исследования	25			
	2.5.1.	Исследование зависимости времени адаптации от амплитуды испыта-				
		тельного сигнала, запаздывания, малых постоянных времени	26			
	2.5.2.	Исследование регулятора при воздействии возмущений различных видов	27			
2.6.	Вывод	ы ко второй главе	33			
Глава З	3. Точ	ностной адаптивный регулятор	34			
3.1.	Постан	ювка задачи	34			
3.2.	Алгоритм частотного адаптивного регулятора					
3.3.	Анализ	з алгоритма при наличии ЦАП и АЦП	38			
	3.3.1.	Модель квантования ЦАП и АЦП	38			
	3.3.2.	Влияние амплитуды испытательного сигнала на результат идентифи-				
		кации объекта в замкнутой системе	42			
3.4.	Синтез	з адаптивного регулятора с учётом ЦАП и АЦП	43			
	3.4.1.	Прямой метод восстановления фазового вектора	43			
	3.4.2.	Построение прямого наблюдателя	44			

	3.4.3.	Оценка частоты среза	46					
	3.4.4.	Усиление фильтрующих свойств регулятора. Синтез реализуемого ре-						
		гулятора	46					
	3.4.5.	Этапы синтеза регулятора	49					
	3.4.6.	Синтез регулятора для объекта третьего порядка	52					
	3.4.7.	Алгоритм настройки испытательного сигнала	58					
	3.4.8.	Достижение требуемой точности в случае минимально-фазового объекта	59					
3.5.	Структ	Структура программного обеспечения адаптивного регулятора для промыш-						
	ленног	о контроллера WinCon W-8341	60					
3.6.	Экспериментальные исследования							
3.7.	Вывод	ы к третьей главе	67					
Глава 4	4. Вне	едрение в установку по производству сверхтвёрдых материалов						
ипр	омышј	ленный контроллер Siemens	68					
4.1.	Структ	гура пресса	68					
4.2.	Построение математической модели							
4.3.	Динам	ический алгоритм конечно-частотной идентификации	71					
4.4.	Алгори	итм ПИД/И регулятора установки по производству сверхтвёрдых мате-						
	риалов	3	73					
4.5.	Испыта	ание ПИД/И регулятора на прессе ДО138Б	75					
4.6.	Реализ	зация частотного адаптивного управления для контроллера Siemens						
	S7-3130	С	76					
	4.6.1.	Алгоритм Siemens PID Self-tuner	76					
	4.6.2.	Расчетные формулы частотного адаптивного управления	78					
	4.6.3.	Алгоритм конечно-частотного адаптивного управления	80					
	4.6.4.	Структура программного обеспечения для контроллера Siemens S7-313C	80					
	4.6.5.	Экспериментальное исследование без внешнего возмущения	82					
	4.6.6.	Экспериментальное исследование с внешним возмущением	83					
4.7.	Выводі	ык четвертой главе	85					
Заключение								
Литера	Литература							
Прилох	Приложение							

# Введение

Актуальность работы. В настоящее время в промышленности и практике управления широко распространены регуляторы, работающие по закону ПИД (пропорционально–интегрально–дифференциальному). При изменяющихся параметрах объекта используются адаптивные ПИД–регуляторы. Существующие адаптивные ПИД–регуляторы работоспособны в условиях, когда внешние возмущения, действующие на объект, малы или отсутствуют.

Во многих случаях требуется обеспечить высокую точность регулирования в условиях интенсивных внешних возмущений, действующих на объект. Для обеспечения высокой точности необходимо иметь наиболее полную математическую модель объекта, по которой синтезируется регулятор, обеспечивающий высокую точность регулирования ("точностной"), а для определения параметров объекта необходимо идентифицировать объект. Такая идентификация часто затруднена интенсивными внешними возмущениями, и это становится проблемой для многих существующих подходов. В связи с этим актуальна проблема построения точностного адаптивного регулятора, а также адаптивного ПИД–регулятора, работоспособного в условиях интенсивных внешних возмущений, действующих на объект.

Цель диссертационной работы состоит в разработке и исследовании адаптивных регуляторов, обеспечивающих заданную точность регулирования в условиях интенсивных внешних возмущений, в частности, — "точностного" адаптивного регулятора, а также разработке и исследовании адаптивного ПИД–регулятора, работоспособного в условиях интенсивных внешних возмущений. Достижение данной цели обеспечивается применением метода конечно-частотной идентификации объекта, работающего в условиях интенсивных внешних возмущений, что позволяет строить регулятор, обеспечивающий необходимую точность.

**Научная новизна.** В диссертации получен ряд новых результатов, касающихся адаптивных регуляторов с конечно-частотной идентификацией:

- Разработаны адаптивные ПИД–регуляторы ЧАР–ПИД–1 для контроллера WinCon W-8341 и ПИД/И с конечно-частотной идентификацией. ПИД/И–регулятор внедрён в промышленную установку по производству сверхтвёрдых материалов, проведены испытания.
- 2. Предложен прямой алгоритм восстановления фазового вектора в будущем времени. Доказано свойство системы с регулятором, использующим полностью наблюдаемый вектор состояния, и с регулятором, использующим предложенный алгоритм восстановления: в замкнутых системах совпадают характеристические полиномы.
- 3. Разработан алгоритм синтеза точностного регулятора, позволяющий уменьшить влияние ЦАП и АЦП и основанный на изменении структуры функционала оптимизации включении в него старших "производных" по управлению.
- 4. Разработан точностной адаптивный регулятор ЧАР–25 с конечно-частотной идентификацией для контроллера WinCon W-8341. Проведены экспериментальные исследования.

**Практическая значимость** предлагаемой теории и алгоритмов заключается в создании нового типа адаптивных регуляторов, реализованных в промышленных контроллерах и способных функционировать в условиях действия интенсивных внешних возмущений. Эти регуляторы позволяют значительно расширить класс объектов, для которых возможно улучшить процессы регулирования.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: 33-м международном семинаре-презентации и выставке (ИПУ РАН, Москва, 2009); 3-й Научной конференции (ИПУ РАН, Москва, 2009); Юбилейной международной научной конференции "Проблемы управления, передачи и обработки информации" АТМ-ТКИ-50 (Саратов, 2009); Первой традиционной всероссийской молодежной летней школе "Управление, информация и оптимизация" (Переславль-Залесский, 2009); Второй Российской конференции с международным участием "Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения" УКИ-10 (ИПУ РАН, Москва, 2010); XII конференции молодых ученых «Навигация и управление движением» (Санкт-Петербург, 2010); Международной научно-практической конференции «Передовые информационные технологии, средства и системы автоматизации и их внедрение на Российских предприятиях» (ИПУ РАН, Москва, 2011); Всероссийской научной школе "Управление, информация и оптимизация" (Воронеж, 2011); II Международной научной конференции «Проблемы управления, обработки и передачи информации ATM-2011» (Саратов, 2011); III Международной научной конференции «Проблемы управления, обработки и передачи информации ATM-2013» (Саратов, 2013); Х Всероссийской школе-конференции молодых ученых "Управление большими системами" (Уфа, 2013); научных семинарах по автоматическому управлению под руководством Б.Т. Поляка (ИПУ РАН, Москва); регулятор ЧАР-25, разработанный на основе результатов диссертации, демонстрировался на 61-ой международной выставке «Идеи, изобретения, и инновации» IENA-2009 (Германия, г. Нюрнберг, 2009) с награждением золотой медалью, на международной выставке «SIMO NETWORK» (Испания, г. Мадрид, 2011), на III международном форуме «Expopriority'2011» (Москва, 2011), на IV международном форуме «Expopriority'2012» (Москва, 2012) с награждением серебряной медалью; работа "Адаптивный регулятор. Экспериментальные исследования" была награждена дипломом на конкурсе научных работ молодых ученых по теории управления и её приложениям (Москва, 2010).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 14 печатных работах, из них 2 статьи в рецензируемых журналах из списка ВАК [1, 2], 10 работ в сборниках трудов конференций [3–13], а также зарегистрирована 1 программа для ЭВМ [14].

**Личный вклад автора.** Все результаты, выносимые на защиту, получены автором самостоятельно. В совместно опубликованных работах личный вклад состоит в разработке программного обеспечения, проведении экспериментальных исследований.

Структура и объем диссертации Работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы (79 источников) и одного приложения. Диссертация содержит 52 рисунка, 5 таблиц; объём работы составляет 93 страниц.

# Глава 1

# Обзор систем с адаптивными регуляторами

#### 1.1. Системы с ПИД-регуляторами

#### 1.1.1. Модель системы управления с ПИД-регулятором

Рассмотрим систему автоматического управления, приведенную на рис. 1.1.



Рис. 1.1. Блок-схема системы управления с ПИД-регулятором

Уравнение, описывающее объект, имеет вид первого порядка с запаздыванием

$$T^{[m]}\dot{y}(t) + y(t) = K^{[m]}u(t - \tau^{[m]}) + f(t), \qquad (1.1)$$

либо второго порядка с запаздыванием

$$T^{[m]}\ddot{y}(t) + \xi \dot{y}(t) + y(t) = K^{[m]}u(t - \tau^{[m]}) + f(t), \qquad (1.2)$$

здесь y(t) — измеряемый выход объекта управления, u(t) — управление, формируемое ПИДрегулятором, f(t) — неизмеряемое внешнее возмущение, являющееся неизвестной ограниченной функцией времени, K — коэффициент передачи объекта, T — постоянная времени объекта,  $\xi$  — коэффициент демпфирования,  $\tau$  — величина транспортного запаздывания, m— номер режима работы объекта.

Коэффициенты объекта — неизвестные числа, которые меняются во времени достаточно медленно («дрейф») или меняются скачкообразно (при переключении режима работы объекта) достаточно редко по сравнению с необходимым для адаптации регулятора временем.

Уравнение идеального ПИД-регулятора записывается в следующей форме:

$$u(t) = k_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{0}^{t} e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$
(1.3)

$$e(t) = y_{sp}(t) - y(t)$$
(1.4)

Здесь  $y_{sp}(t)$  — задающее воздействие (уставка), e(t) – ошибка слежения,  $k_p$  — пропорциональный коэффициент,  $T_i$  — время интегрирования,  $T_d$  — время дифференцирования. Уравнение (1.3) нереализуемо из-за наличия чистой производной (предполагается, что для измерения доступен только сигнал y(t)).

Уравнение реализуемого ПИД-регулятора записывается в следующей форме:

$$g\dot{u} + u(t) = k_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_{0}^{t} e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right),$$
(1.5)

здесь *g* — постоянная времени дополнительного апериодического звена («фильтра»).

Для управления промышленными объектами широко используются ПИ– и ПИД–регуляторы (по разным оценкам, порядка 90-95% всех регуляторов [15, 16]). Часто параметры объекта (его постоянные времени, коэффициент усиления, запаздывание) неизвестны и поэтому для их определения применяют различные методы идентификации. Если внешние возмущения, действующие на объект управления достаточно малы (по сравнению с допустимым или рабочим диапазоном регулируемой величины), то для идентификации можно использовать переходную или разгонную характеристику объекта [15, 17, 18]. Существует метод наименьших квадратов [15], разработанный для аппроксимации внешнего возмущения сигналом типа «белый шум». На практике такой случай, как правило, не встречается, поэтому разработан метод конечно-частотной идентификации [19], в котором внешнее возмущение – общего вида. Для идентификации используется испытательный (пробный) сигнал, являющийся суммой 2-х гармоник. Известны работы, в которых используют испытательный сигнал в виде одной или двух гармоник [20–22], ступенчатый сигнал [23–26], что позволяет идентифицировать два или четыре параметра объекта. Известен алгоритм, использующий ступенчатый сигнал, но не использующий аналитическое описание объекта [17].

Методы, использующие «ступеньку», могут плохо работать при интенсивном внешнем возмущении общего вида, тогда как при использовании испытательного сигнала в виде гармоник внешнее возмущение может быть общего вида.

При использовании активного испытательного сигнала на практике необходимо определенным образом задавать его амплитуды и частоты, чтобы получить достоверный результат. В [24, 27] предложен способ определения частоты испытательного сигнала.

В ряде случаев неизвестные параметры объекта достаточно медленно изменяются (дрейфуют) во времени. Этот дрейф вызван изменением нагрузки на технологический агрегат, изменение качества сырья, используемого в технологическом процессе и т.д. Будем считать, что дрейфующие коэффициенты объекта аппроксимируются кусочно-постоянными функциями времени, а интервал, в течение которого коэффициенты постоянны, будет называться длительностью режима работы объекта.

Высокий уровень внешних возмущений затрудняет использование алгоритмов адаптации, предлагаемых в [22, 24], поскольку неясен алгоритм выбора параметров идентифицирующего сигнала. Также при идентификации объекта важно правильно выбрать её длительность, поскольку слишком малое время идентификации даст неправильный результат.

Перейдём к рассмотрению алгоритмов настройки подобных систем.

#### 1.1.2. Классические методы настройки ПИД-регуляторов

Под непараметрической идентификацией будем понимать алгоритм настройки без использования аналитической записи объекта управления с последующей идентификацией её параметров.

Одной из первых попыток математического анализа устойчивости системы, замкнутой ПИ–регулятором, была сделана Дж. Максвеллом ещё в 1868 году [28], однако его математический подход был мало применим в инженерной практике. Этот недостаток был исправлен

И. А. Вышнеградским [29] в 1877 г. В работе [30] рассматривается вопрос настройки ПИДрегулятора для обеспечения устойчивости при регулировании системы, описываемой первым порядком с запаздыванием.

Классику методов настройки ПИД-регуляторов составляет метод Циглера-Никольса (нем. J. G. Ziegler, N. B. Nichols). Исторически этот метод был опубликован в 1942 году [31]. Данный метод часто используется и поныне при настройке систем автоматического управления [23].

Метод Циглера-Никольса содержит два метода настройки П-, ПИ-, ПИД-регулятора. Первый из них основан на параметрических воздействиях на регулятор с выводом замкнутой системы в режим слабозатухающих или незатухающих автоколебаний (подключением П-регулятора и увеличением коэффициента усиления). Второй из методов для получения информации об объекте управления использует снятие переходной или разгонной характеристики. Рассмотрим подробнее каждый из этих методов.

#### Метод Циглера-Никольса, использующий автоколебания

Имеется замкнутая система с ПИД-регулятором. Коэффициеты при интегрировании и дифференцировании в регуляторе выводятся в ноль (регулятор становится пропорциональным — П-регулятор). Повышением коэффициента усиления добиваются автоколебаний, при этом коэффициент принимает некоторое значение  $K_u$ . Фактически данный метод находит такой П-регулятор, при котором годограф системы проходит через критическую точку (-1; j0) комплексной плоскости.

Замеряется период автоколебаний  $T_u$ . Настройки регулятора далее находятся по эмпирическим формулам.

Недостаток данного метода — невозможность вывода объекта ниже третьего порядка и объектов с интегратором в режим автоколебаний (годограф не пересекает отрицательную часть мнимой оси комплексной плоскости).

#### Метод Циглера-Никольса, использующий разгонную характеристику объекта

Данный способ также получен полуэмпирически (развит в работе [32]), и заключается в снятии переходной (разгонной) характеристики разомкнутого объекта. По графику замеряется максимальная скорость нарастания характеристики *R* и задержка *L*. Коэффициенты регулятора далее находятся по эмпирическим формулам.

Для типовых промышленных объектов (асимптотический переходной процесс с малым по отношению к постоянной времени значением запаздывания) метод Циглера-Никольса обеспечивает коэффициент затухания переходного процесса около 0.25. Таким образом фактически объект аппроксимируется моделью первого порядка с транспортным запаздыванием.

# 1.1.3. Метод, использующий непараметрическую математическую модель объекта

Работа [17] относится к непрямому алгоритму адаптивного управления. В ней предлагается вычислять параметры регулятора не по математической модели объекта с множеством упрощающих предположений и последующей её идентификацией, а использовать измеренную характеристику реального объекта управления без её представляет собой свертку переходной характеристики объекта h(t) и производной от управляющего воздействия  $\dot{u}(t)$ , которые заданы в дискретной форме и поэтому не требуют описания входящих в него функций. Этап параметрической идентификации исключается полностью, а расчет коэффициентов регулятора выполняется методами численного моделирования [15]. Сочетание численных методов с численной моделью, полученной экспериментально, позволяет отказаться от различных упрощений при расчете регулятора и использовать методы оптимизации. Пользователь получает возможность задавать критерий оптимальности, исходя из требований конкретной задачи (вид переходной характеристики, робастность и т.д.).

# 1.1.4. Алгоритмы настройки регулятора с использованием параметрической идентификации

#### Методы, использующие синусоидальный идентифицирующий сигнал

В работах [22, 27] рассматриваются алогоритмы настройки регуляторов в автоматическом и автоматизированном режиме.

Имеется промышленный объект управления с неизвестными параметрами. Ставится задача настройки ПИ-регулятора с использованием гармонического испытательного воздействия.

Алгоритм настройки регулятора состоит из двух этапов. На первом этапе осуществляется грубая настройка любым доступным методом, например по методу Циглера-Никольса с целью обеспечения лишь устойчивости системы.

На втором этапе подается идентифицирующий сигнал, состоящий из одной гармоники, и находится один частотный параметр объекта  $W_{\rm of}(j\omega_1)$  (точка на его годографе) с использованием фильтра Фурье.

При этом осуществляется итеративная процедура «идентификации—оптимизации», состоящая в оценке очередного частотного параметра объекта и расчёта новой испытательной частоты. Вводится понятие «оптимум настройки», который достигается, если частота испытательного сигнала совпадает с частотой максимума амплитудно-частотной характеристики (AЧX) замкнутой системы. Модель объекта принимается в виде интегрирующего звена с запаздыванием

Процедура настройки регулятора выглядит следующим образом. В качестве критерия оптимальности взят линейный квадратичный функционал

$$J = \int_{0}^{\infty} y(t) \exp(-st) dt \to \min,$$

минимизирующий дисперсию в выходном сигнале при воздействии внешнего возмущения типа «белый шум». Для ПИ- и ПИД-регуляторов задача сводится к поиску максимума  $\frac{k_p}{T_i} \rightarrow max$ . При этом вводится дополнительное условие — заданный корневой показатель

устойчивости m или частотный показатель колебательности системы M. Расчетные процедуры используют нахождение экстремума вспомогательной функции, с помощью которой находятся оптимальные  $k_p$  и  $T_i$ . Выбор  $T_d$  для ПИД-регулятора определяется итеративно постепенным увеличением из условия отсутствия второго резонансного пика на АЧХ замкнутой системы.

Новая частота идентифицирующего сигнала определяется через резонансную частоту замкнутой системы и величину запаздывания модели:

$$\omega_i = \frac{\Omega_{\rm pes}}{\tau}$$

Повторение подобного эксперимента производится до тех пор, пока параметры настройки не установятся на некотором уровне.

#### Адаптивный регулятор с настройкой по вектору АФХ объекта.

Данный регулятор представлен в работе [33]. На рис. 1.2 представлена структурная схема адаптивной системы, позволяющая осуществлять итеративную оптимальную подстройку ПИД-регулятора при изменении объекта.

Модель объекта принимается в виде первого порядка с запаздыванием. «Вычислитель AФХ» определяет частотные параметры объекта (находит точки годографа) в замкнутой системе.



Рис. 1.2. Структурная схема адаптивного регулятора с настройкой по вектору АФХ объекта

Оптимальные в смысле минимума среднеквадратичного отклонения настройки достигаются на частоте пробных колебаний, при которой фазовый сдвиг в объекте управления составляет -2.11 радиан, что соответствует нахождению вектора амплитудно-фазовой характеристики в положении  $R_c = 0.8$ ,  $\varphi_c = -2.62$  радиан. Поиск и дальнейшее отслеживание частоты объекта, при которой фазовый сдвиг между входом и выходом составляет -2.11радиан, осуществляется при помощи блока «БФАЧ», изменяющим частоту  $\omega$  генератора синусоидальных колебаний «ГСК» таким образом, чтобы обеспечить этот фазовый сдвиг. Вычислительный блок «ВБ» производит расчет настроек ПИД-регулятора. Приведенная система управления реализована как для систем верхнего уровня (SCADA), так и для контроллеров нижнего уровня. При этом она обладает дополнительными функциями защиты от неустойчивых режимов работы, средством борьбы с высоким уровнем шумов на входе или выходе объекта.

#### 1.1.5. Адаптация ПИД-регулятора для объектов специального вида

В работах [25, 26, 34–37] описываются промышленные ПИ и ПИД регуляторы с автоматической настройкой параметров. Задача решается для объектов управления, поведение которых хорошо аппроксимируется динамической моделью *n*-го порядка  $W(s) = \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)^{n-1}}, T_1 > 10T_2$ . Параметры модели определяются по отклику системы на скачок в сигнале управления  $\Delta u$  либо по скачку в задающем сигнале. Идентифицирующий сигнал не превышает 10% от диапазона изменения выходного сигнала управления. Параметры модели объекта оцениваются с помощью функций x(t) и  $\dot{x}(t)$ , описывающих отклик системы на идентифицирующий скачок.

Результатом обработки этих функций является определение характерных точек, по которым оцениваются параметры модели объекта. Полученные оценки позволяют определить оптимальные по степени устойчивости параметры ПИД-регулятора — то есть такие, при которых максимален корневой критерий запасов устойчивости (максимальное удаление правой границы корней характеристического полинома системы от мнимой оси комплексной плоскости).

Работа регулятора проверялась на объекте первого порядка с запаздыванием, показав высокую эффективность самонастройки.

#### 1.1.6. Модификации ПИД-регулятора

В ряде работ делается попытка расширения ПИД–регулятора с целью улучшения получаемой точности, улучшения робастности и других.

Так, в работе [38] ПИД–регулятор расширяется до адаптивного ПИД/И–регулятора. Идея состоит в том, что при существенном изменении объекта система с ПИД–регулятором может потерять устойчивость. В этом случае объект замыкается И–регулятором с параметром, имеющим консервативное значение. Как следствие, такой регулятор хоть и "плохо", но обеспечивает регулирование системы и позволяет провести процедуру адаптации. Расчёт И–регулятора проводится из условия обеспечения устойчивости системы для всего множества заданных параметров объекта. Приводится доказательство данного свойства [39].

В некоторых работах [40, 41] делается попытка увеличения порядка ПИД–регулятора для повышения точности регулирования, а также для расширения допустимой структуры объекта управления.

Более подробный обзор методов настройки ПИД–регуляторов, разработанных иностранными авторами, приведён в [39].

#### 1.2. Точностные регуляторы

#### 1.2.1. Подходы к построению точностных регуляторов

Точностны́м регулятором регулятором будем называть такой регулятор, который обеспечивает заданную, либо наилучшую точность регулирования для данного объекта.

При рассмотрении методов адаптивного управления будем рассматривать классификацию по виду допустимого внешнего возмущения и по типу адаптации. По типу адаптации выделяют прямые методы, в соответствии с которыми коэффициенты регулятора изменяются непрерывно либо на каждом такте регулирования (в дискретном случае) по некоторой сходящейся зависимости , и непрямые (идентификационный подход), в соответствии с которыми по результатам серии измерений строится численная либо аналитическая модель объекта, по которой синтезируется оптимальный каком-либо смысле регулятор. Прямые методы адаптивного управления часто связаны с понятием эталонной модели [42–44].

По типу внешнего возмущения часто рассматривают ступенчатый сигнал (классические методы), гармонический сигнал, случайные воздействия типа «белый шум». В более общем случае в качестве внешнего возмущения рассматривается неизвестная функция, о которой известно лишь то, что она ограничена. В этом направлении есть разные подходы. Существует метод рекуррентных целевых неравенств [45, 46] в котором формулирование цели адаптивного управления в виде допусков на отклонения установившегося выхода объекта при воздействии именно таких ограниченных возмущений. В [47, 48] решается задача  $l_1$ -оптимизации при неизвестных коэффициентах объекта. В этих работах используется разновидность градиентного метода так, чтобы найденные квазиоценки коэффициентов объекта обеспечивали наилучшую точность регулирования. Однако численная реализация этих метода затруднена.

В связи с этим в ряде работ класс допустимых внешних возмущений сужается. Например, в [49] внешнее возмущение — кусочно-постоянная функция с заданным частотным диапазоном; этот подход относится к непрямому направлению и использует адаптивный наблюдатель.

Есть и другие подходы, например рандомизированные алгоритмы (Тетро R., Calafiore G., Dabbene F., O.H. Граничин., Б.Т. Поляк, А.А. Тремба, Е.Н. Грязина, Я.И. Квинто), инвариантные эллипсоиды, LMI (Boyd S. et al., Abedor J. et al, Д. В. Баландин, М. М. Коган, Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков, А. В. Назин, Schweppe F. C., А. Б. Куржанский, Ф. Л. Черноусько).

#### 1.2.2. Конечно-частотный подход

В частотном адаптивном управлении [50] цель управления — заданная точность выхода объекта, а внешнее возмущение — неизвестная ограниченная функция. В соответствии с методом конечно-частотной идентификации [51] используется испытательный сигнал в виде конечного набора гармоник. Реализация этого подхода началась с регулятора ЧАР-1 [52] и за последние два десятилетия претерпела ряд модификаций, включая алгоритмы настройки амплитуд и частот, [53–55] а также длительности адаптации.

Впервые алгоритм адаптивного регулятора с конечно-частотной идентификацией был

описан в [56]. В этой работе получение частотных характеристик объекта было предложено использовать с помощью резонансных фильтров, описываемых уравнениями

$$\ddot{z}_{ik} + 2\zeta_k \dot{z}_{ik} + \omega_k^2 z_{ik} = \omega_k^2 x_{ik} \ (i, k = \overline{1, n}),$$
(1.6)

где n — порядок объекта;  $x_{ik}$   $(k = \overline{1,n})$  — компоненты вектора x состояния объекта;  $\omega_k$   $(k = \overline{1,n})$  — частоты испытательного сигнала;  $z_{ik}(t)$   $(i, k = \overline{1,n})$  — измеряемые переменные (выход) фильтра;  $x_{ik}(t) = x_i(t) - x_i(t^{(k-1)})$  при  $t \in [t^{(k-1)}; t^{(k)}]; x_{ik}(t) = 0$  при  $t \notin [t^{(k-1)}; t^{(k)}]; \zeta_k$   $(k = \overline{1,n})$  — коэффициенты демпфирования резонансных фильтров  $(\zeta_k \ll 1)$ . Реализация этого подхода началась с регулятора ЧАР-1 [52]. Особенностью первой реализации стало использование вместо резонансных фильтров (1.6) фильтра Фурье, который вычисляет значения синфазных составляющих выходной реакции объекта на испытательный гармонический сигнал.

В работах [57, 58] подстройка частот испытательного сигнала осуществляется на основе матрицы обусловленности. Ошибки идентификации возникают при "плохих" испытательных частотах и использовании арифметики одинарной точности. Использование двойной точности снимает проблему, однако вычислительно сложно и ресурсоёмко для ЭВМ того времени ("Электроника-60"). Ставится вопрос проверки устойчивости системы с рассчитанным регулятором. Устойчивость проверяется исходя из свойства годографа разомкнутой системы, который проходит в 1-й и 4-й четверти.

В работе [59] описывается ЧАР-5. Из особенностей данной работы можно отметить: идентификация происходит в замкнутой системе; задающее воздействие всегда нулевое, при малом сигнале выхода объекта (менее 10% диапазона шкалы) используются усилители для нивелирования квантования АЦП по уровню; синтез регулятора основан на модальном управлении; реализация регулятора на ЭВМ "Электроника MC1202.02" (регулятор), блок адаптации выполняется на ПЭВМ IBM PC/AT; проверка устойчивости синтезированного регулятора по статье [60].

Статья [61] продолжает развитие частотных адаптивных регуляторов. В этой работе ЧАР-6 по сравнению с предыдущей разработкой выполнен на более современной аппаратуре; проводятся экспериментальные исследования, демонстрирующие адаптивные свойства точностного регулятора. К недостатку работы можно отнести то, что во время расчета нового регулятора система размыкается с последним рассчитанным значением управления.

Область применения регуляторов ЧАР-5 и ЧАР-6 ограничена минимально-фазовыми объектами. Экспериментальное исследование ЧАР-6 [61] выявило высокую чувствительность системы к величине интервала дискретности. Чтобы избежать такой чувствительности, а также с целью расширения классов объектов (включающих не минимально-фазовые) был предложен [51] алгоритм идентификационного адаптивного управления, реализованный в регуляторе ЧАР-14 [62] с использованием конечно-частотного подхода. В этой работе ставится вопрос правильного выбора амплитуд и частот испытательного сигнала — амплитуды в силу аппаратных ограничений не должны быть слишком малыми для квантователей ЦАП и АЦП и не быть слишком большими из-за ограничения типа «насыщение». Для определения частот испытательного сигнала необходимо знание свойств объекта, так как инженерная интуиция подсказывает, что эти частоты должны лежать в диапазоне частот излома ЛАЧХ объекта.

Последние 15 лет развития метода конечно-частотной идентификации и частотного адаптивного управления [53–55, 63–65] позволили построить алгоритм самонастройки амплитуд гармоник испытательного сигнала и длительности адаптации [63], а также метод определения границ испытательных частот [53]. Это дает возможность адаптивного управления с существенно меньшими сведениями об объекте. В ЧАР-21 реализованы многие из этих алгоритмов.

#### 1.2.3. Частотный адаптивный регулятор

Регулятор ЧАР-21 решает задачу для однорежимного случая [66, 67] (m=1).Объект записывается как

$$y(k) + d_1 y(k-1) + \dots + d_{n-1} y(k-n+1) + d_n y(k-n) =$$
  
=  $k_1 u(k-1) + \dots + k_{n-1} u(k-n+1) + k_n u(k-n) + f(k),$   
 $k = 0, 1, 2, \dots, (1.7)$ 

где y(k) — выход объекта, измеряемый в момент времени t = kh (h – интервал дискретности объекта); u(k) — управление; f(k) — неизмеряемое внешнее возмущение, являющееся неизвестной ограниченной функцией ( $|f(k)| \le f^*$ , где  $f^*$  — заданное число); n — известное число.

Структурная схема адаптивного регулятора показана на рисунке 1.3.

<u>Генератор испытательного сигнала</u> формирует испытательный сигнал v(k), состоящий из n гармоник.

<u>Фильтр Фурье</u> совместно с вычислителем частотных параметров определяет оценки  $\hat{\alpha}_i$ ,  $\hat{\beta}_i$  частотных параметров [51] объекта — координат *n* точек годографа объекта на комплексной плоскости (рисунок 1.4).

<u>Идентификатор</u> по частотным параметрам решает так называемые частотные уравнения [51] и находит коэффициенты модели объекта

Передаточная функция объекта, полученная в результате идентификации, описывается как

$$w(q) = \frac{\hat{k}(q)}{\hat{d}(q)}.$$
(1.8)

Объект (1.8), записанный в пространстве состояний, имеет вид

$$\begin{cases} x(k) = Ax(k-1) + bu(k-1), \\ y(k) = cx(k), \end{cases}$$
(1.9)

где x(k) - n-мерный вектор состояния объекта, A — матрица размером  $n \times n$ , b - n-мерный вектор чисел, c — строка чисел.

<u>Синтезатор</u> решает задачу *LQ*-оптимизации с квадратичным функционалом, который строится из условий обеспечения точности, обеспечиваемой регулятором и получения реализуемого регулятора по выходу. Поскольку классическая задача *LQ*-оптимизации даёт



Рис. 1.3. Схема адаптивного регулятора

регулятор по состоянию, вводятся дополнительные члены функционала, имеющие аналог производных по управлению — это позволяет реализовать регулятор в форме вход-выход и сохранить запасы устойчивости, обеспечиваемые методом *LQ*—оптимизации.

При экспериментальных исследованиях регулятора ЧАР-21W проявилась нестабильность в его работе (неповторяемость результатов от эксперимента к эксперименту). В диссертационной работе исследуется причина этой нестабильности и предлагается подход для его преодоления.



Рис. 1.4. К понятию частотных параметров

#### 1.3. Выводы к первой главе

- 1. В работах по ПИД–регуляторам, использующие идентификацию с гармоническим сигналом, не были исследованы многие вопросы, связанные с выбором параметров испытательного сигнала. Так, например, в работах В. Я. Ротача не исследовались вопросы правильного выбора амплитуды испытательного сигнала, а в работах М. В. Паленова — зависимость времени адаптации от амплитуды испытательного сигнала, от величины запаздывания в объекте, от наличия неучтённых малых постоянных времени в объекте.
- 2. Нестабильные результаты точностного регулятора ЧАР-21W делают необходимым исследование причин этой нестабильности.
- 3. Необходимо разработать изменение алгоритма работы для обеспечения стабильной работы точностного регулятора.

### Глава 2

# Частотный адаптивный ПИД-регулятор

#### Введение

Основу алгоритма адаптации ПИД–регулятора для многорежимного объекта составляют полученные в [19] соотношения. Эти соотношения дополнены настройкой амплитуд и частот испытательного сигнала, а также определением момента окончания идентификации. Результат идентификации используется для синтеза ПИД–регулятора по методу внутренней модели [68–70].

Областью применения регулятора может быть химическая, нефтяная, металлургическая промышленность, жилищно–коммунальное хозяйство, преимущественно в тех процессах, где имеется транспортное запаздывание, и где параметры объекта меняются достаточно медленно для идентификации объекта.

#### 2.1. Постановка задачи

Рассмотрим систему управления, приведенную на рисунке 2.1. Объект приближенно



Рис. 2.1. Схема системы управления с ПИД-регулятором.

описывается с помощью модели первого порядка с запаздыванием:

$$T^{[m]}\dot{y}(t) + y(t) = K^{[m]}u(t - \tau^{[m]}) + f(t), \qquad (2.1)$$

здесь y(t) — измеряемый выход объекта управления, u(t) — управление, формируемое ПИДрегулятором, f(t) — неизмеряемое внешнее возмущение, являющееся неизвестной ограниченной функцией времени ( $|f(k)| \leq f^*$ , где  $f^*$  — заданное число), K — коэффициент усиления, T — постоянная времени,  $\tau$  — запаздывание объекта, m — номер временно́го режима работы объекта. Под «режимом» будем понимать интервал времени, на котором коэффициенты объекта остаются постоянными или изменяются незначительно.

Регулятор будем искать в следующем виде, позволяющем физически его реализовать:

$$g^{[m]}\dot{u} + u(t) = k_p^{[m]} \left( e(t) + \frac{1}{T_i^{[m]}} \int_0^t e(t) dt + T_d^{[m]} \frac{de(t)}{dt} \right).$$
(2.2)

Здесь параметры  $k_p$  — пропорциональный коэффициент регулятора,  $T_i$  — постоянная интегрирования,  $T_d$  — постоянная дифференцирования, g — коэффициент, определяющий физическую реализуемость регулятора, m соответствует номеру режима работы объекта.

Предполагается следующее:

 Моменты времени смены параметров объекта находятся в процессе адаптации при существенном изменении выходного сигнала (изменении коэффициента интенсивности выхода K<sub>y</sub>). Коэффициент интенсивности выхода объекта («сигма») определим следующим образом:

$$K_{y}^{[m]} = \frac{1}{a_{i}} \sqrt{\int_{t_{i}}^{t_{i}+a_{i}} (y(t) - y_{sp}(t))^{2} dt}, \quad i = 1, 2, ..., N$$
(2.3)

где  $a_i$  – время вычисления коэффициента  $K_y^{[m]}$ , которое задаёт размер окна данных, используемого для его определения.

2. Объект изменяется достаточно медленно, что позволяет проводить процедуру идентификации объекта.

Задача состоит в том, чтобы адаптировать ПИД–регулятор к изменяющемуся объекту так, чтобы переходный процесс при отсутствии внешнего возмущения был близок к апериодическому со временем регулирования  $T/\chi + \tau$ , ( $\chi \in [1; 4]$ ), а ошибка слежения при воздействии внешнего возмущения на каждом интервале была ограниченной:

$$|\varepsilon^{[m]}| = |\varepsilon^{[m]*}| + |\xi|, \quad t \ge t^{[m]}, \quad m = 1, 2, \dots, N,$$
(2.4)

где  $\varepsilon^{[m]*}$  – наименьшая достижимая ошибка слежения на *m*-ом режиме при условии, что коэффициенты объекта известны точно; величина  $|\xi|$  значительно меньше  $|\varepsilon^{[m]*}|$ .

#### 2.2. Алгоритм адаптивного управления

Для адаптивного управления используется испытательный (идентифицирующий) сигнал, состоящий из двух гармоник:

$$v(t) = \rho_1 \sin(\omega_1^{[m]} t) + \rho_2 \sin(\omega_2^{[m]} t), \quad 0 < \omega_1 < \omega_2,$$
(2.5)

где  $\rho_k^{[m]}$  и  $\omega_k^{[m]}$  (k = 1, 2) — положительные числа. Длительность адаптации зависит от коэффициента влияния испытательного сигнала, который находится экспериментально по формуле (при условии  $K_y^{[m]} \neq 0$ )

$$K_{\nu}^{[m]} = \frac{\frac{1}{a_i} \cdot \sqrt{\int_{t_i+a_i}^{t_i+2a_i} (y_{\nu}(t) - y_{sp}(t))^2 dt}}{K_y^{[m]}}, \quad i = 1, 2, ..., N$$
(2.6)

где  $K_{\nu}^{[m]}$  – коэффициент влияния испытательного сигнала на *m*-ом режиме работы объекта,  $y_v(t)$  – выход объекта при подаче на вход системы испытательного сигнала. В числителе вычисляется ошибка, обусловленная внешним возмущением и испытательным сигналом, а в



Рис. 2.2. Структурная схема система с частотным адаптивным ПИД-регулятором.

знаменателе – только внешним возмущением. Коэффициент  $K_{\nu}^{[m]}$  показывает, во сколько раз испытательный сигнал «портит» выходной сигнал по сравнению с выходным сигналом без испытательного сигнала, то есть во сколько раз «сигма» будет больше при подаче испытательного сигнала.

В экспериментальной части работы исследовались, в частности, зависимость времени адаптации от коэффициента влияния испытательного сигнала  $K_{\nu}^{[m]}$  и величины запаздывания для различных интенсивностей возмущений, а также функционирование адаптивного регулятора при наличии в объекте «паразитных» постоянных времени, таких, что передаточная функция объекта управления имеет вид

$$w_{\rm o6}(s) = \frac{K}{(Ts+1)\prod_{i=1}^{m}(\tilde{T}_i s+1)}e^{-\tau s}, \quad \tilde{T}_i < \frac{T}{\chi} \ (i = \overline{1, m})$$
(2.7)

#### 2.3. Структурная схема адаптивного регулятора

Структурная схема системы с частотным адаптивным ПИД–регулятором ЧАР–ПИД–1 представлена на рисунке 2.2.

В ней y(t) – измеряемый выход объекта управления (2.1), u(t) – управление, формируемое ПИД–регулятором (2.2),  $y_{sp}(t)$  – задающее воздействие (уставка), f(t) – неизмеряемое внешнее возмущение, являющееся неизвестной ограниченной функцией, e(t) – ошибка слежения, v(t) - испытательный (идентифицирующий сигнал).

Испытательный сигнал имеет вид (2.5). Частоты  $\omega_1^{[m]}$  и  $\omega_2^{[m]}$  определяются как

$$\omega_1^{[m]} = \frac{1}{\hat{T}^{[m-1]}}, \quad \omega_2^{[m]} = \frac{1}{\hat{\tau}^{[m-1]}}, \quad (m = 2, ..., N)$$
(2.8)

где  $\hat{T}^{[m-1]}$  — оценка постоянной времени объекта, а  $\tau^{[m-1]}$  — оценка величины запаздывания объекта, получаемые на предыдущем режиме работы объекта. Амплитуды  $\rho_1^{[m]}$  и  $\rho_2^{[m]}$  определяются итеративным методом с учетом знания коэффициентов объекта на предыдущем режиме работы, а также с учетом заданного  $K_v^*$  — желаемого коэффициента влияния испытательного сигнала.

Алгоритм настройки амплитуд испытательного сигнала обеспечивает выполнение условия  $K_v = K_v^* + \xi$ , где  $\xi$  – достаточно малое положительное число, зависящее от того, насколько изменился объект.

Фильтр Фурье, входящий в состав вычислителя частотных параметров, определяет амплитуды колебаний  $\hat{a}_{yi}$ ,  $\hat{a}_{ui}$ ,  $\hat{b}_{yi}$ ,  $\hat{b}_{ui}$ ,  $i = \overline{1,2}$  на частоте пробного сигнала на входе и выходе объекта.

$$\hat{\alpha}_{yi} = \alpha_{yi}(N) = \frac{2}{\rho_i N t_{per}} \sum_{k=k_0+1}^{k_0+N t_{per}} y(k) \sin(\omega_i kh),$$

$$\hat{\beta}_{yi} = \beta_{yi}(N) = \frac{2}{\rho_i N t_{per}} \sum_{k=k_0+1}^{k_0+N t_{per}} y(k) \cos(\omega_i kh),$$

$$\hat{\alpha}_{ui} = \alpha_{ui}(N) = \frac{2}{\rho_i N t_{per}} \sum_{k=k_0+1}^{k_0+N t_{per}} u(k) \sin(\omega_i kh),$$

$$\hat{\beta}_{ui} = \beta_{ui}(N) = \frac{2}{\rho_i N t_{per}} \sum_{k=k_0+1}^{k_0+N t_{per}} u(k) \cos(\omega_i kh),$$

$$N = 1, 2, 3, \dots, \ t_{per} = \frac{2\pi}{\min(\omega_i)h}, \quad i = 1, 2.$$
(2.9)

Вычислитель частотных параметров находит частотные параметры объекта:

$$\hat{\alpha}_i = \frac{\hat{\alpha}_{yi}\hat{\alpha}_{ui} + \hat{\beta}_{yi}\hat{\beta}_{ui}}{\hat{\alpha}_{ui}^2 + \hat{\beta}_{ui}^2}, \ \hat{\beta}_i = \frac{-\hat{\alpha}_{yi}\hat{\beta}_{ui} + \hat{\beta}_{yi}\hat{\alpha}_{ui}}{\hat{\alpha}_{ui}^2 + \hat{\beta}_{ui}^2}, \ i = \overline{1, n}.$$

По этим значениям далее определяется передаточная функция объекта. Стоит отметить, что фильтрация начинается не сразу после приложения ко входу системы испытательного сигнала (2.5), а только по истечении времени  $t_F$ , что обеспечивает минимум влияния переходных составляющих, вызванных приложением испытательного сигнала.

Идентификатор вычисляет оценки параметров объекта, используя соотношения, полученные через частотную передаточную функцию объекта в работе [19]. Для полноты изложения эти соотношения приводятся ниже (для упрощения записи индекс [m] опущен):

$$\hat{T} = \sqrt{\frac{(\alpha_2^2 + \beta_2^2) - (\alpha_1^2 + \beta_1^2)}{\omega_1^2(\alpha_1^2 + \beta_1^2) - \omega_2^2(\alpha_2^2 + \beta_2^2)}},$$
(2.10a)

$$\hat{k}_p = \sqrt{(\alpha_2^2 + \beta_2^2)(T^2\omega_2^2 + 1)},$$
(2.10b)

$$\hat{\tau} = \frac{1}{\omega_1} \arctan \frac{T\omega_1 \alpha_1 + \beta_1}{T\omega_1 \beta_1 - \alpha_1}, \qquad (2.10c)$$

$$0 < \omega_1 \tau < \frac{\pi}{2}.\tag{2.10d}$$

Синтезатор вычисляет параметры регулятора, используя метод внутренней модели [68]. В соответствии с ним коэффициенты регулятора находятся так, чтобы замкнутая система с точностью до ПАДЕ-аппроксимации звена запаздывания описывалась желаемой динамической моделью. При опущенном индексе режима [m] расчетные формулы имеют вид:

$$k_{p} = \frac{2\hat{T} + \hat{\tau}}{2\hat{K}(\lambda + \hat{\tau})}, \quad T_{i} = \frac{2\hat{T} + \hat{\tau}}{2}, \quad T_{d} = \frac{\hat{T}\hat{\tau}}{2\hat{T} + \hat{\tau}}, \quad g = \frac{\lambda\hat{\tau}}{2(\lambda + \hat{\tau})}$$
(2.11)

 $\lambda$  – некоторое заданное малое число, определяющее время регулирования системы. В зависимости от требований к системе (большей точности или большей степени устойчивости) параметр  $\lambda$  варьируется в пределах

$$\lambda = \frac{T}{2 \div 4} \tag{2.12}$$

При этом увеличение параметра  $\lambda$  вызывает увеличение запасов устойчивости и уменьшение быстродействия; уменьшение параметра вызывает обратный эффект. При выборе  $\lambda$ согласно (2.12) гарантируется [70], что запасы устойчивости по фазе ( $\varphi_3$ ) и амплитуде (L) при  $\tau < T$  будут находиться в допустимых пределах ( $\varphi_3 < 60^\circ$ , L > 2).

При таком регуляторе, компенсирующем динамические свойства объекта, уравнения системы (2.1), (2.2) с высокой степенью точности описываются [68] (при v(t) = 0) уравнением

$$\lambda \dot{y} + y = y_{\rm sp}(t - \tau).$$

Длительность адаптации на *m*-ом режиме работы объекта определяется длительностью идентификации на этом же режиме, которая зависит от относительной ошибки идентификации

$$\varepsilon_{\text{ind}}^{[m]} = \max\{\varepsilon_K^{[p]}, \ \varepsilon_T^{[p]}, \ \varepsilon_\tau^{[p]}\} \ (p = 2, ..., P) \ (m = 2, 3, ... N)$$

где  $\varepsilon_{K}^{[p]}$ ,  $\varepsilon_{T}^{[p]}$ ,  $\varepsilon_{\tau}^{[p]}$  определяются как относительные ошибки параметров  $\hat{T}$ ,  $\hat{K}$ ,  $\hat{\tau}$ , вычисляемые в процессе подачи испытательного сигнала. Идентификация завершается когда выходит время фильтрации æ, либо раньше, если выполнилось условие

$$\varepsilon_{\mathrm{ind}}^{[m]} \leq \varepsilon_{\mathrm{ind}}^{\star}$$

где  $\varepsilon_{ind}^*$  — заданное значение ошибки идентификации, то есть когда оценки параметров объекта сходятся к некоторым значениям.

# 2.4. Программное обеспечение адаптивного ПИД–регулятора для промышленного контроллера WinCon W-8341

Промышленный контроллер фирмы ICP DAS WinCon W-8341 обладает следующими характеристиками: процессор совместимый с Intel Strong ARM CPU 206МГц; операционная система Windows CE.NET 4.1; ОЗУ 64 мегабайт; ППЗУ (flash) 32 мегабайт; ЭСППЗУ 16 килобайт; встроенные функции: сторожевой таймер, часы реального времени.

Для программирования контроллера производителем предлагается использовать среду Visual Studio 2008 с применением технологии управляемого кода (managed code) «.NET Compact Framework», встраиваемая в контроллер в виде библиотек. Данная технология позволяет достичь высокой гибкости с одной стороны при разработке в современной интегрированной среде разработки программного обеспечения, а с другой стороны при переносе программного кода на другую аппаратную платформу, поддерживающую технологию .NET.

Для связи с объектом в контроллере используются модули расширения, содержащие ЦАП и АЦП. Это модуль I-8017h, содержащий 8-канальный 14-битный АЦП, работающий со скоростью 100 тысяч измерений в секунду, и модуль I-8024 — 4-канальный 14-битный модуль аналогового вывода. Диапазон измерений аналоговых модулей ограничен значением ±10B.

Для обеспечения работы регулятора в реальном времени необходимо обеспечить параллельные процессы, поскольку с точки зрения теории измерения и выдачи управления должны происходить через равные промежутки времени, а остальные вычисления (идентификация, синтез регулятора, и другие) такого требования не имеют.

Для реализации параллельных вычислений задействован механизм программных прерываний, предоставляемый программно-аппаратной платформой. С точки зрения программных потоков параллельные процессы устроены следующим образом:



Рис. 2.3. Организация параллельных процессов

В потоке реального времени производятся действия, требующие точного временного согласования. Алгоритм выглядит следующим образом:



Рис. 2.4. Алгоритм реального времени

В фоновом потоке выполняются действия, не требующие жёсткой привязки по времени — это задачи идентификации, вспомогательные действия с матрицами, синтез регулятора, приведение ПИД–регулятора к дискретной форме. Блок-схема алгоритма выглядит следующим образом:



Рис. 2.5. Алгоритм фонового процесса

### 2.5. Экспериментальные исследования

#### Стенд полунатурных испытаний

Для экспериментального исследования ЧАР–ПИД–1 был разработан стенд ФМ-2. Он состоит из промышленного контроллера WinCon W-8341 [71] содержащего 12-битные ЦАП и АЦП, и IBM-совместимого одноплатного промышленного компьютера Athena со встроенными ЦАП и АЦП. ЧАР–ПИД–1 работает на промышленном контроллере WinCon, а объект имитируется промышленным компьютером Athena [72]. Внешний вид стенда показан на рисунке 2.6.



Рис. 2.6. Внешний вид экспериментального стенда.

Имитатор объекта – это программа на языке C++ для промышленного компьютера Athena, имитирующая объект с коэффициентами, приведенными в Таблице 1.

Режим работы	K	T, c	$\tau, c$
Ι	3	5	1
II	3	4	1.5
III	4	5.84	1.7
IV	5	5	2
V	5	4	1.5
VI	5.6	3	1
VII	7.9	2.8	1.2
VIII	1	2.8	1.2

Габлипа	2.1.	Параметры	объекта.
саозница	2·1·	rapamerph	oo ben iu.

В качестве внешнего возмущения f(t) использовались: случайный процесс типа «белый



Рис. 2.7. Структура испытательного стенда

шум», гармонический сигнал, периодический прямоугольный сигнал («меандр»), однако следует заметить, что ЧАР–ПИД–1 работоспособен и при любых других внешних ограниченных возмущениях. Задающее воздействие выбрано  $y_{sp}(t) = 5B$ .

ЧАР–ПИД–1 реализован в виде программы на языке C# (платформа .NET) для контроллера WinCon W-8341.

Коэффициенты объекта, работающего в первом режиме, известны, по ним строится ПИД–регулятор.

# 2.5.1. Исследование зависимости времени адаптации от амплитуды испытательного сигнала, запаздывания, малых постоянных времени

Потеря устойчивости системы без адаптации. В данном эксперименте объект работая последовательно сменяет режимы с I по IV, замкнут ПИД–регулятором, коэффициенты которого не изменяются в ходе эксперимента. Результаты приведены на рис. 2.8.

На рис. 2.8 режимы объекта обозначены как I, II, III, IV. Нетрудно видеть, что на IV режиме система теряет устойчивость.

Исследование зависимости времени адаптации от коэффициента влияния  $K_{\nu}$ испытательного сигнала. Исследовался объект во II-м режиме с регулятором, рассчитанным для объекта первого режима объекта. На рис. 2.9 приведен график, отображающий зависимость длительности процесса адаптации от значения коэффициента влияния испытательного сигнала. Видно, что с ростом уровня испытательного сигнала время адаптации существенно уменьшается. Время адаптации выражено в постоянных времени объекта.

**Исследование зависимости времени адаптации от величины запаздывания**  $\tau$ **.** Исследовался объект во II-м режиме с регулятором, рассчитанным для объекта первого режима объекта. В целях исследования варьировался параметр  $\tau$  объекта. На рис. 2.10 – 2.12



Рис. 2.8. Результаты эксперимента 1

приводятся процессы адаптации для объекта с параметрами K = 3, T = 4 при различных значениях запаздывания  $\tau$ .

Нетрудно видеть, что время идентификации слабо зависит от величины запаздывания  $\tau.$ 

Исследование процесса адаптации с учетом малых постоянных времени. Исследовался объект во II-м режиме с регулятором, рассчитанным для объекта первого режима объекта. К объекту при моделировании были добавлены два звена с малыми постоянными времени. Передаточная функция объекта имеет вид

$$W_{\rm ob}(s) = \frac{3e^{-\tau s}}{(4s+1)(0.5s+1)(0.1s+1)}.$$

На рисунках 2.13 – 2.15 приведены графики, полученные на испытательном стенде. Под рисунками приведены следующие параметры: интенсивность внешнего возмущения  $K_y$ , коэффициент воздействия внешнего возмущения  $K_\nu$ , время адаптации  $t_{04}$ .

#### 2.5.2. Исследование регулятора при воздействии возмущений различных видов

Исследовался объект в VIII-м режиме работы объекта, внешнее возмущение гармоническое:

$$f(t) = \sin(0.1t)$$
 (2.13)

либо прямоугольное ("меандр"):

$$f(t) = \operatorname{sign}[\sin(0.1t)] \tag{2.14}$$



Рис. 2.9. Зависимость времени идентификации от уровня испытательного сигнала.



Рис. 2.10.  $K_y = 0.0037, \ K_\nu = 1.46, \ t_{04} = 1381A \ (\tau = 0.1c)$ 



Рис. 2.13.  $K_y = 0.0037, \ K_\nu = 1.35, \ t_{04} = 1381A \ (\tau = 0.1c)$ 



Рис. 2.14.  $K_y = 0.0044, \ K_\nu = 1.34, \ t_{04} = 721A \ (\tau = 0.5c)$ 



Рис. 2.15.  $K_y = 0.0059, \ K_\nu = 1.44, \ t_{04} = 910A \ (\tau = 1c)$ 



Рис. 2.16.  $K_y = 0.55, \ K_\nu = 1.02, \ K_{y1}/K_{y2} = 4.31, \ t_{04} = 700A \ (T = 2.8c)$ 

На рисунке 2.16 приведен процесс адаптации в случае, когда внешнее возмущение имеет вид (2.13). Коэффициент влияния испытательного сигнала – 1.02. После адаптации ошибка уменьшилась в 4.3 раза. До адаптации объект работал в режиме VIII, регулятор был рассчитан для режима VII.

На рисунке 2.17 приведен пример адаптации в случае, когда внешнее возмущение имеет вид (2.14). Коэффициент воздействия испытательного сигнала – 1.02. После адаптации ошибка уменьшилась в 3.4 раза. Объект до адаптации работал в режиме VIII, регулятор был рассчитан для режима VII.

На рисунке 2.18 приведен пример адаптации в случае, когда внешнее возмущение – случайный процесс типа "белый шум". Коэффициент воздействия испытательного сигнала – 2.4. После адаптации ошибка уменьшилась в 1.7 раза. Объект работал в режиме VIII, регулятор рассчитан для режима VII.



Рис. 2.18.  $K_y = 0.078, \ K_\nu = 2.4, \ K_{y1}/K_{y2} = 1.7, \ t_{04} = 210A \ (T = 2.8c)$ 

### 2.6. Выводы ко второй главе

- 1. Введено понятие «смежная устойчивость». Построен алгоритм частотного адаптивного управления для многорежимного объекта, обладающего смежной устойчивостью.
- 2. Разработано программное обеспечение адаптивного ПИД–регулятора и имитатора многорежимного объекта.
- 3. Осуществлено экспериментальное исследование регулятора, которое подтвердило эффективность предложенного алгоритма.
- 4. Исследована зависимость длительности идентификации от:
  - величины (амплитуды) испытательного сигнала;
  - величины транспортного запаздывания;
  - вида (типа) внешнего возмущения.
- 5. Экспериментальные исследования, приведенные в главе, подтверждают эффективность адаптивного регулятора ЧАР–ПИД–1. Регулятор одинаково хорошо функционирует при различных внешних возмущениях и обеспечивает достижение поставленной цели.

# Глава З

# Точностной адаптивный регулятор

#### Введение

Как было отмечено в обзоре, конечно-частотный подход к адаптивному управлению развивается вот уже более двух десятилетий. За это время были опробованы различные подходы и модернизации алгоритма. Наиболее развитый алгоритм, реализованный в аппаратуре и названный ЧАР-21, был реализован на базе IBM–совместимого компьютера и проходил экспериментальные исследования. Однако он выявил некоторый недостаток, причина которого не была ясна и состояла в том, что от эксперимента к эксперименту результаты идентификации в системе, замкнутой точностным регулятором, сильно отличались и могли привести даже к неустойчивости. Цель этой главы состоит в исследовании этой проблемы, выявлении её причины и дальнейшей модернизации алгоритмов частотного адаптивного управления.

Глава построена следующим образом. В разделе 3.1 дана постановка задачи. В разделе 3.2 излагаются известные результаты решения задачи для однорежимного случая. В разделе 3.3 представлены численные исследования точностного регулятора с учетом наличия ЦАП, АЦП в системе. В разделе 3.4 описывается модернизированный алгоритм, описывается прямой метод восстановления, предлагается способ подавления шумов, вызванных квантованием по уровню в цифро-аналоговом (ЦАП) и аналогово-цифровом преобразователе (АЦП) и способ синтеза реализуемого регулятора с данным свойством. В разделе 3.6 приводятся результаты полунатурных экспериментальных исследований. Приведены выводы основных выражений и доказательство утверждения.

#### 3.1. Постановка задачи

Рассмотрим объект, описываемый разностным уравнением

$$y(k) + d_1^{[m]}y(k-1) + \ldots + d_{n-1}^{[m]}y(k-n+1) + d_n^{[m]}y(k-n) =$$
  
=  $k_1^{[m]}u(k-1) + \ldots + k_{n-1}^{[m]}u(k-n+1) + k_n^{[m]}u(k-n) + f(k),$   
 $k = 0, 1, 2, \ldots, m = 1, 2, \ldots, (3.1)$ 

где y(k) — выход объекта, измеряемый в момент времени t = kh (h – интервал дискретности объекта); u(k) — управление; f(k) — неизмеряемое внешнее возмущение, являющееся неизвестной ограниченной функцией ( $|f(k)| \le f^*$ , где  $f^*$  — заданное число); m — номер режима работы объекта, n — известное число. Коэффициенты объекта  $d_j^{[m]}$  и  $k_j^{[m]}$  — это неизвестные числа, которые изменяются в моменты времени  $t_{\rm CM}^{[m]}$  и постоянны на интервалах времени  $\left[t_{\rm CM}^{[m]}, t_{\rm CM}^{[m+1]}\right)$ ,  $m = 1, 2, 3, \ldots, t_{\rm CM}^{[1]} = 0$ . Моменты времени  $t_{\rm CM}^{[m]}$ ,  $m = 2, 3, 4, \ldots$  известны либо находятся в процессе адаптации. Объект асимптотически устойчив на каждом из режимов работы m.

Управление формируется регулятором:

$$u(k) + g_1^{[m]}u(k-1) + \dots + g_{\psi^{-1}}^{[m]}u(k-\psi+1) + g_{\psi}^{[m]}u(k-\psi) =$$
  
=  $r_0^{[m]}y_v(k-\psi+n-1) + r_1^{[m]}y_v(k-\psi+n-2) + \dots + r_{n-1}^{[m]}y_v(k-\psi), \ m = 1, 2, 3, \dots,$ (3.2)

где  $y_v(k) \triangleq y(k) - v(k), v(k)$  — идентифицирующий сигнал,  $r^{[m]} = [r_0^{[m]}, ..., r_{n-1}^{[m]}], g^{[m]} = [g_1^{[m]}, ..., g_{\psi}^{[m]}]$  — коэффициенты регулятора,  $\psi \ge n - 1$  — заданное число. Коэффициенты  $r^{[m]}, g^{[m]}$  находятся к моменту времени  $t_{cM}^{[m]} + \Delta t_{adan}^{[m]},$ здесь  $t_{cM}^{[m]}$  — момент начала *m*-го режима работы объекта,  $\Delta t_{adan}^{[m]}$  — длительность адаптации на режиме *m*. На первом режиме (при m = 1) параметры объекта неизвестны, в качестве сигнала управления подаётся испытательный сигнал u(k) = v(k). На последующих режимах на интервалах времени  $\left[t_{cM}^{[m]}, t_{cM}^{[m]} + \Delta t_{adan}^{[m]}\right)$ работает регулятор (3.2) с коэффициентами  $r^{[m-1]}, g^{[m-1]}.$ 

Передаточная функция регулятора (3.2) имеет вид

$$w_{\rm per}(q) = \frac{r_0^{[m]} q^{\psi - n + 1} + r_1^{[m]} q^{\psi - n + 2} + \dots + r_{n-1}^{[m]} q^{\psi}}{1 + g_1^{[m]} q + \dots + g_{\psi}^{[m]} q^{\psi}},$$
(3.3)

здесь оператор сдвига q определяется как  $q^i x(k) \triangleq x(k-i)$ .

Задача состоит в том, чтобы для каждого  $m = 1, 2, 3, \ldots$  найти коэффициенты регулятора  $r^{[m]}, g^{[m]}$  так, что регулятор (3.2) обеспечивал бы выполнение требования к точности

$$|y(k)| \le y^*, \ k > k_\star^{[m]},$$
(3.4)

где  $y^*$  — заданное число,  $k_{\star}^{[m]}$  таково, что момент времени  $t_{\star} = k_{\star}^{[m]}h$  лежит внутри интервала времени  $t_{\rm cm}^{[m]} < t < t_{\rm cm}^{[m+1]}$ ,  $m = 1, 2, 3, \ldots$  При этом предполагается следующее:

а) существует число  $k_{\star}^{[m]}$ , удовлетворяющее (3.4);

б) существует регулятор (3.2), обеспечивающий достижение цели (3.4), когда коэффициенты объекта (3.1) известны;

в) коэффициенты объекта мало изменяются от режима к режиму так, что объект в m-м режиме с регулятором, рассчитанным для объекта режима (m - 1), устойчив (условие смежной устойчивости). Однако, если не изменять коэффициенты регулятора, при переходе на некоторый режим система потеряет устойчивость;

г) интервал времени до смены режима работы объекта больше, чем интервал времени, необходимый для адаптации:

$$t_{\rm cm}^{[m+1]} > t_{\rm cm}^{[m]} + \Delta t_{\rm a,gan}^{[m]}, \ m = 1, 2, 3, \dots,$$
 (3.5)

здесь  $\Delta t_{\mathrm{agan}}^{[m]}$  — время, необходимое для адаптации.

Экспериментальные исследования, результаты которых приведены в разделах 3.3, 3.6, показали высокий уровень шумов в сигнале управления, вызванные наличием квантования в ЦАП и АЦП, что приводило к увеличению длительности идентификации и увеличению погрешности определения параметров объекта в замкнутой системе. Цель работы состоит в развитии существующих алгоритмов адаптивного регулятора на случай многорежимного объекта, модернизации алгоритмов с учетом наличия ЦАП и АЦП в системе управления, проведении экспериментов с усовершенствованным регулятором.

Для экспериментального исследования ЧАР-25 был разработан стенд ФМ-2 [73], описанный в разделе 2.5.

#### 3.2. Алгоритм частотного адаптивного регулятора

Приведем некоторые результаты решения задачи для однорежимного случая [66, 67] (m = 1).

Структурная схема адаптивного регулятора ЧАР-21W, реализованного для промышленного контроллера WinCon W-8341, показана на рисунке 3.1.



Рис. 3.1. Схема адаптивного регулятора

Генератор испытательного сигнала формирует испытательный сигнал v(k), состоящий из n гармоник:

$$v(k) = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \sin(\omega_i kh), \quad 0 < \omega_i < \frac{\pi}{h}$$
(3.6)

здесь  $\rho_i$  — амплитуда i-й гармоники,  $\omega_i$  — её частота.

<u>Фильтр Фурье</u> вычисляет оценки  $\hat{\alpha}_i$ ,  $\hat{\beta}_i$  частотных параметров [51] объекта:
$$\hat{\alpha}_{yi} = \alpha_{yi}(N) = \frac{2}{\rho_i N \tau} \sum_{k=k_0+1}^{k_0+N \tau} y(k) \sin(\omega_i kh),$$

$$\hat{\beta}_{yi} = \beta_{yi}(N) = \frac{2}{\rho_i N \tau} \sum_{k=k_0+1}^{k_0+N \tau} y(k) \cos(\omega_i kh),$$

$$\hat{\alpha}_{ui} = \alpha_{ui}(N) = \frac{2}{\rho_i N \tau} \sum_{k=k_0+1}^{k_0+N \tau} u(k) \sin(\omega_i kh),$$

$$\hat{\beta}_{ui} = \beta_{ui}(N) = \frac{2}{\rho_i N \tau} \sum_{k=k_0+1}^{k_0+N \tau} u(k) \cos(\omega_i kh),$$

$$N = 1, 2, 3, \dots, \ \tau = \frac{2\pi}{\min(\omega_i)h}.$$
(3.7)

Вычислитель частотных параметров находит частотные параметры объекта:

$$\hat{\alpha}_i = \frac{\hat{\alpha}_{yi}\hat{\alpha}_{ui} + \hat{\beta}_{yi}\hat{\beta}_{ui}}{\hat{\alpha}_{ui}^2 + \hat{\beta}_{ui}^2}, \ \hat{\beta}_i = \frac{-\hat{\alpha}_{yi}\hat{\beta}_{ui} + \hat{\beta}_{yi}\hat{\alpha}_{ui}}{\hat{\alpha}_{ui}^2 + \hat{\beta}_{ui}^2}, \ i = \overline{1, n}.$$

Идентификатор решает частотные уравнения [51]:

$$\hat{k}(e^{-j\omega_i h}) - (\hat{\alpha}_i + j\hat{\beta}_i)\hat{d}(e^{-j\omega_i h}) = 0, \ i = \overline{1, n},$$

 $\hat{k}(q) = \hat{k}_1 q + \ldots + \hat{k}_{n-1} q^{n-1} + \hat{k}_n q^n, \quad \hat{d}(q) = 1 + \hat{d}_1 q + \ldots + \hat{d}_{n-1} q^{n-1} + \hat{d}_n q^n -$ оценки полиномов объекта  $k(q) = k_1 q + \ldots + k_{n-1} q^{n-1} + k_n q^n, \quad d(q) = 1 + d_1 q + \ldots + d_{n-1} q^{n-1} + d_n q^n.$ 

Передаточная функция объекта, полученная в результате идентификации, описывается как

$$w(q) = \frac{\hat{k}(q)}{\hat{d}(q)}.$$
(3.8)

Объект (3.8), записанный в пространстве состояний, имеет вид

$$\begin{cases} x(k) = Ax(k-1) + bu(k-1), \\ y(k) = cx(k), \end{cases}$$
(3.9)

где x(k) - n-мерный вектор состояния объекта, A — матрица размером  $n \times n$ , b - n-мерный вектор чисел, c — строка чисел.

Синтезатор решает задачу LQ-оптимизации с функционалом

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ x^{T}(k)Qx(k) + x_{n+1}^{2}(k) + \varepsilon_{1}^{2} \left[ x_{n+2}(k) \right]^{2} + \varepsilon_{2}^{2} \left[ x_{n+3}(k) \right]^{2} + \ldots + \varepsilon_{\psi-1}^{2} \left[ x_{n+\psi}(k) \right]^{2} + \varepsilon_{\psi}^{2} \left[ \mu(k) \right]^{2} \right\}, \quad (3.10)$$

где 
$$Q = c^T \tilde{q}^2 c$$
,  $\tilde{q} = \frac{f^*}{y^*}$ ,  $x_{n+1}(k) \triangleq u(k)$ ,  $x_{n+2}(k) \triangleq \frac{x_{n+1}(k+1) - x_{n+1}(k)}{h}$ ,  
 $x_{n+3}(k) \triangleq \frac{x_{n+2}(k+1) - x_{n+2}(k)}{h}$ , ...,  $x_{n+\psi}(k) \triangleq \frac{x_{n+\psi-1}(k+1) - x_{n+\psi-1}(k)}{h}$ ,

 $\mu(k) \triangleq \frac{x_{n+\psi}(k+1) - x_{n+\psi}(k)}{h},$ 

 $\varepsilon_i^2 = \frac{C_{\psi}^i}{5^{2i}\omega_{cp}^{2i}} (i = \overline{1,\psi})$  — достаточно малые коэффициенты [74], которые зависят от частоты среза системы  $\omega_{cp}$ , здесь  $C_{\psi}^i$  — число сочетаний из  $\psi$  по i, число  $\psi \ge n-1$  определяется из условия реализуемости передаточной функции регулятора. Отметим, что при  $h \to 0$  выполняется  $x_{n+2} \to \dot{u}, x_{n+3} \to \ddot{u}, \ldots$ 

Синтезатор находит коэффициенты регулятора так, чтобы выполнялось требование к точности регулирования (3.4). При этом используются полученные экспериментально оценки коэффициентов объекта  $\hat{k_j}$  и  $\hat{d_j}$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

## 3.3. Анализ алгоритма при наличии ЦАП и АЦП

#### 3.3.1. Модель квантования ЦАП и АЦП

Как известно [75], квантование по уровню в ЦАП и АЦП заключается в том, что сигнал имеет конечное множество возможных состояний по уровню, количество которых определяется разрядностью ЦАП или АЦП. Количество этих состояний вычисляется по формуле  $M = 2^p$ , где p — разрядность, а M — число возможных значений. Шаг квантования  $\delta$  определяется формулой  $\delta = 2V/2^p$ , где V обозначает предельное значение квантователя, для стенда  $\Phi$ M-2 V = 10B. Идеальная характеристика квантователя имеет вид, показанный на рис. 3.2.



Рис. 3.2. Статическая характеристика квантователя.

Следуя [75], запишем эту характеристику, учитывая её несимметричность из-за нечетного числа "ступенек", как:

$$g_{1} = \begin{cases} V - \delta & \text{при } g > V - \delta, \\ g & \text{при} - V \le g \le V - \delta, \\ -V & \text{при } g < -V; \end{cases}$$
(3.11)

$$\tilde{g} = \frac{2V}{2^p} \left[ \left( g_1 + \delta/2 \right) \frac{2^p}{2V} \right], \qquad (3.12)$$

здесь g — непрерывный по уровню сигнал,  $g_1$  – сигнал g с учетом насыщения характеристики квантователя, скобки [...] обозначают округление до целого в сторону  $-\infty$ , а само выражение (3.12) определяет квантование по уровню сигнала  $g_1$ .

При моделировании процесса идентификации объекта в замкнутой системе необходимо учитывать квантование по уровню ЦАП и АЦП на каждом из тактов дискретного времени. Запишем регулятор (3.2) в виде уравнений пространства состояний

$$\begin{cases} x_c(k) = A_c x_c(k-1) + b_c y_v(k-1) \\ u(k) = c_c x_c(k) + d_c y_v(k-1). \end{cases}$$

Для моделирования был составлен следующий алгоритм. Для каждого момента времени k сигналы выхода объекта y(k) и управления u(k), прошедшие через квантователи ЦАП и АЦП, описываются выражениями

$$\tilde{y}(k) = f_{\text{IIAII}}(y(k)), \quad \tilde{\tilde{y}}(k) = f_{\text{AIIII}}(\tilde{y}(k)), \quad (3.13)$$

$$\tilde{u}(k) = f_{\mathrm{IIA\Pi}}(u(k)), \quad \tilde{\tilde{u}}(k) = f_{\mathrm{AII\Pi}}(\tilde{u}(k)). \tag{3.14}$$

Здесь через  $f_{A\Pi\Pi}$ ,  $f_{\Pi A\Pi}$  обозначены функции АЦП–, ЦАП–преобразования в соответствии с алгоритмом (3.11)–(3.12), ставящие в соответствие непрерывному сигналу g значение  $\tilde{g}$ .

Каждый из сигналов y(k), u(k) квантуется значением разрядности ЦАП и АЦП в соответствии с рис. 3.3. У экспериментального стенда ФМ-2  $p_1 = 16, p_2 = 12, p_3 = 14, p_4 = 14$  бит.



Рис. 3.3. Структура испытательного стенда с учетом ЦАП и АЦП

Объект и регулятор с учетом квантователей ЦАП и АЦП будут описываться как

$$\begin{cases} x(k) = Ax(k-1) + b\tilde{\tilde{u}}(k-1), \\ y(k) = cx(k), \end{cases}$$
(3.15)

$$\begin{cases} x_c(k) = A_c x_c(k-1) + b_c(v(k-1) - \tilde{\tilde{y}}(k-1)), \\ u(k) = c_c x_c(k) + d_c(v(k-1) - \tilde{\tilde{y}}(k-1)). \end{cases}$$
(3.16)

#### Численный эксперимент 1.

Непрерывный аналог модели объекта имеет вид:

$$w_o(s) = \frac{0.4s + 1}{0.2s^3 + 1.24s^2 + 5.24s + 1}.$$
(3.17)

Регулятор описывается передаточной функцией

$$w_{\rm p}(q) = \frac{-80.37 + 154.4q - 74.24q^2}{1 - 1.655q + 0.6741q^2}.$$
(3.18)

Синтез регулятора произведён при следующих значениях параметров:  $\gamma = 0, \, \tilde{q} = 10,$  $\varepsilon_1 = 9.35 \times 10^{-6}, \, \varepsilon_2 = 0.006.$ 

Испытательный сигнал:

$$v(t) = 0.05\sin(0.2t),\tag{3.19}$$

(3.20)

внешнее возмущение f(t) = 0.

На рис. 3.4, 3.5 показано влияние эффекта квантования по уровню на работу замкнутой системы. На рис. 3.4а и 3.46 показаны соответственно выход объекта и сигнал управления без учета квантования по уровню. На рис. 3.5а и 3.5б показаны соответственно выход объекта и сигнал управления с учетом квантования по уровню ЦАП и АЦП.

Из рисунков следует, что сигнал управления вследствие квантования по уровню в замкнутой системе сильно зашумлен, что приводит к неточной идентификации объекта в замкнутой системе.

#### Численный эксперимент 2.

Приведём результат увеличения порядка знаменателя регулятора при  $\psi = n - 1 + \gamma, \ \gamma =$ 2. Регулятор с расширенным знаменателем описывается передаточной функцией



Рис. 3.4. Сигналы у, и без учёта квантования по уровню.

Синтез регулятора произведён при следующих значениях параметров:  $\tilde{q} = 10$ ,  $\varepsilon_1 = 0.012$ ,  $\varepsilon_2 = 5.61 \times 10^{-5}$ ,  $\varepsilon_3 = 1.14 \times 10^{-7}$ ,  $\varepsilon_4 = 8.75 \times 10^{-11}$ .

В качестве испытательного сигнала подается функция (3.19), f(t) = 0.



Рис. 3.5. Сигналы у, и с учётом квантования по уровню.



Рис. 3.6. Сигналы y, u с регулятором (3.20).

На рис. 3.6а и 3.6б показаны соответственно выход объекта y(t) и сигнал управления u(t) с учетом эффекта квантования по уровню в результате моделирования с регулятором (3.20).

Из рисунков следует, что увеличение порядка знаменателя передаточной функции регулятора позволяет эффективно уменьшить шумы, вызванные квантованием в ЦАП и АЦП.

Подробно алгоритм построения регуляторов (3.18) и (3.20) рассмотрен ниже.

# 3.3.2. Влияние амплитуды испытательного сигнала на результат идентификации объекта в замкнутой системе

Наличие квантования по уровню в системе регулирования накладывает ограничения на амплитуды испытательного сигнала. Очевидно, малый испытательный сигнал амплитудой менее одного шага квантования не будет оказывать на выход системы никакого воздействия, вследствие чего идентифицировать объект не представляется возможным. Возникает вопрос: "При каких значениях амплитуд испытательного сигнала результат идентификации мало зависит от квантования по уровню?"

Для того чтобы это выяснить, было проведено исследование влияния амплитуд испытательного сигнала на результат идентификации. Под результатом идентификации будем понимать близость коэффициентов исходного и идентифицированного объекта в следующем виде:

$$\varepsilon_{ident} = \max_{i} \left( \frac{\hat{k}_i - k_i}{k_i}, \frac{\hat{d}_i - d_i}{d_i} \right), \ i = \overline{0, n},$$
(3.21)

здесь  $k_i$ ,  $d_i$  — коэффициенты непрерывного аналога объекта (3.1),  $\hat{k}_i$ ,  $\hat{d}_i$  — оценки коэффициентов  $k_i$ ,  $d_i$ , полученные в результате идентификации.



Рис. 3.7. Зависимость относительной ошибки в коэффициентах идентифицированного объекта от амплитуд испытательного сигнала.

На рис. 3.7, 3.8 показаны результаты численного моделирования процесса идентификации. По оси абсцисс откладываются амплитуды испытательного сигнала  $\rho_i$  (одинаковые для всех гармоник), по оси ординат — ошибка идентификации (3.21).

При малых амплитудах испытательного сигнала сказывается эффект квантования на результате идентификации. В целом зависимость носит экспоненциальный характер, с увеличением амплитуд испытательного сигнала ошибка идентификации убывает. С ростом амплитуд испытательного сигнала относительная ошибка идентификации устанавливается на уровне 1–3%.



Рис. 3.8. Рисунок 3.7 с увеличенным масштабом по оси ординат.

## 3.4. Синтез адаптивного регулятора с учётом ЦАП и АЦП

#### Идея подхода

Для борьбы с зашумлением в сигнале управления применим следующий прием. Суть идеи состоит в увеличении порядка знаменателя передаточной функции регулятора (3.3), т. е. это своего рода фильтр таких помех (шумов). Реализуется это следующим образом: в функционале качества (3.10) порядок знаменателя регулятора определяется параметром  $\psi = n - 1$ . Добавим к этому значению число  $\gamma$ , приводящее к увеличению порядка знаменателя регулятора:  $\psi = n - 1 + \gamma$ . Исследуем, как зависит передаточная функция регулятора от числа  $\gamma$ . Для этого рассмотрим основные этапы синтеза регулятора.

#### 3.4.1. Прямой метод восстановления фазового вектора

Синтез регулятора основан на решении задачи *LQ*-оптимизации и построении наблюдателя прямым методом восстановления [74].

Основу алгоритма синтеза регулятора составляет оптимальный регулятор по состоянию в смысле функционала

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ x^T(k) Q x(k) + R u^2(k) \right\},$$
(3.22)

где  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , R = 1 (при  $\psi = 0$  функционал (3.10) совпадает с (3.22)).

Функционал (3.22) минимизируется на движениях объекта (3.9) с регулятором по состоянию

$$u(k) = Kx(k), \tag{3.23}$$

где *п*-мерный вектор-строка К находится через решение уравнения Риккати.

Предложение 1. Синтез регулятора прелагается осуществлять с помощью регулятора по состоянию (3.23) и наблюдателя (3.24):

$$q^{\psi}x(k) = l(q)u(k) + \lambda(q)y(k), \qquad (3.24)$$

откуда

$$[q^{\psi} - Kl(q)]u(k) = K\lambda(q)y(k).$$
(3.25)

Наблюдатель (3.24) получен с использованием прямого метода восстановления [74]. В выражении (3.24)

$$l(q) = -(L^0)^{-1} [l_1 \ l_2 \ \dots \ l_{n-1}] \phi(q), \qquad (3.26)$$

$$\lambda(q) = (L^0)^{-1} \psi(q), \qquad (3.27)$$

где

$$L^{0} = \begin{bmatrix} c \\ cA \\ cA^{2} \\ \vdots \\ cA^{n-1} \end{bmatrix}, \ l_{1} = \begin{bmatrix} 0 \\ cb \\ cAb \\ \vdots \\ cA^{n-2}b \end{bmatrix}, \ l_{2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ cb \\ \vdots \\ cA^{n-3}b \end{bmatrix}, \ \dots, \ l_{n-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ cb \end{bmatrix},$$
(3.28)

$$\phi(q) = \begin{bmatrix} q^{\psi} \\ q^{\psi-1} \\ q^{\psi-2} \\ \vdots \\ q^{\psi-n+2} \end{bmatrix}, \quad \psi(q) = \begin{bmatrix} q^{\psi} \\ q^{\psi-1} \\ q^{\psi-2} \\ \vdots \\ q^{\psi-n+1} \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

здесь  $L^0$  — матрица  $n \times n$ ,  $l_1, \ldots, l_{n-1}$  — *п*-мерные векторы.

#### 3.4.2. Построение прямого наблюдателя

Используя уравнения (3.9) объекта, запишем *n* уравнений вида

$$\begin{cases} y(k-\psi) = cx(k-\psi), \\ y(k-\psi+1) = cx(k-\psi+1) = c(Ax(k-\psi) + bu(k-\psi)), \\ y(k-\psi+2) = cx(k-\psi+2) = c(A^2x(k-\psi) + Abu(k-\psi) + bu(k-\psi+1)), \\ \vdots \\ y(k-\psi+(n-1)) = c(A^{n-1}x(k-\psi) + A^{n-2}bu(k-\psi) + \dots + bu(k-\psi+(n-2))), \end{cases}$$
(3.30)

или в матричной форме:

$$\overline{y} = L^0 x(k - \psi) + l_1 u(k - \psi) + l_2 u(k - \psi + 1) + \ldots + l_{n-1} u(k - \psi + (n-2)), \quad (3.31)$$

где  $L^0, l_1, \ldots, l_{n-1}$  определены в (3.28),  $\overline{y} = \begin{bmatrix} y(k-\psi) \\ y(k-\psi+1) \\ y(k-\psi+2) \\ \vdots \\ y(k-\psi+(n-1)) \end{bmatrix}$ ,  $L^0 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \ l_1, \ldots, l_{n-1} - n$ -мерные векторы.

 $L^{0} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \ l_{1}, \dots, l_{n-1} - n$ -мерные векторы Уравнение (3.31) можно переписать как

$$\psi(q)y(k) = q^{\psi}L^{0}x(k) + [l_{1} \ l_{2} \ \dots \ l_{n-1}]\phi(q)u(k), \qquad (3.32)$$

где  $\psi(q), \phi(q)$  определены в (3.29).

Отсюда следует

$$q^{\psi}x(k) = l(q)u(k) + \lambda(q)y(k), \qquad (3.33)$$

где  $l(q) = -(L^0)^{-1}[l_1 \ l_2 \ \dots l_{n-1}]\phi(q), \ \lambda(q) = (L^0)^{-1}\psi(q).$ 

Подставим выражение наблюдателя (3.24) в уравнение регулятора (3.23):

$$q^{\psi}u(k) = Kl(q)u(k) + K\lambda(q)y(k),$$

тогда уравнение регулятора примет вид:

$$[q^{\psi} - Kl(q)]u[k] = K\lambda(q)y[k].$$
(3.34)

В [74] наблюдатель, аналогичный (3.24), строится с использованием «прошлых» относительно x(k) значений сигналов y(k), u(k), т. е. таких значений, которые в реализованном регуляторе хранятся в памяти машины-вычислителя. Такой подход обладает следующим недостатком: при построении наблюдателя используется обратная матрица  $A^{-1}$ , которая может не существовать, если в объекте присутствует интегратор (нулевое собственное значение в матрице A). Предлагаемый подход лишён этого недостатка.

Передаточная функция регулятора (3.34) запишется как

$$w_{\rm per}(q) = \frac{K\lambda(q)}{(q^{\psi} - Kl(q))}.$$
(3.35)

Заметим, что в выражении (3.35) полиномы  $(K\lambda(q))$  и  $(q^{\psi} - Kl(q))$  имеют старшую степень, равную  $\psi$ , младшая степень числителя  $(q^{\psi} - Kl(q))$  равна  $\psi - n + 1$ , знаменателя  $(K\lambda(q))$  $-\psi - n + 2$ . Отсюда следует, что передаточная функция (3.35), вообще говоря, не может быть реализована. С целью реализуемости регулятора будем рассматривать функционал (3.10).

Для реализуемости регулятора (3.35) в функционал (3.22) вводятся дополнительные слагаемые  $x_{n+1} \dots x_{n+\psi}$ , таким образом функционал (3.22) принимает вид (3.10). Решение задачи с новым функционалом приводит к регулятору по выходу, который имеет вид

$$(\tilde{d}(q) - K^{[1]}l(q))u(k) = K^{[1]}\lambda(q)y(k), \qquad (3.36)$$

где  $\tilde{d}(z)$  — полином степени  $\psi$ , l(z) — полином степени  $n-2, \lambda(z)$  — полином степени n-1.

В регуляторе (3.36) старшая степень левой и правой части равна  $deg(\tilde{d}(q)) = \psi$ . Младшая степень левой части (знаменатель передаточной функции регулятора) равна нулю, младшая степень правой части (числитель передаточной функции регулятора) равна  $\psi - (n - 1) = \gamma$ . Отсюда следует, что значение параметра  $\gamma$  влияет на увеличение порядка знаменателя передаточной функции регулятора. Как будет показано ниже, увеличение порядка знаменателя регулятора на величину  $\gamma$  позволяет эффективно подавлять нежелательные выбросы в сигнале управления, вызванные квантованием по уровню в ЦАП и АЦП.

#### 3.4.3. Оценка частоты среза

При синтезе регулятора (3.36) используется [74] частота среза разомкнутой системы, состоящей из объекта и регулятора. У разомкнутой системы, состоящей из объекта (3.1) с регулятором (3.35) может не существовать частоты среза. Действительно, в передаточной функции разомкнутой системы, записанной от оператора  $z = q^{-1}$ 

$$w_{\rm pas}(z) = \frac{K\lambda(z)}{1 - Kl(z)} \frac{k(z)}{d(z)}$$
(3.37)

степени числителя и знаменателя могут быть равны 2n-1, а это означает, что при  $\omega \in [0, \frac{\pi}{h}]$ может выполняться условие  $w_{\text{pas}}(e^{j\omega h}) > 1$ , и в этом случае частота среза  $\omega_{cp}$  такой системы не может быть найдена.

Для нахождения частоты среза в таких случаях предложен следующий приём. За оценку  $\omega_{cp}^*$  частоты среза принимается частота среза в системе, состоящей из объекта (3.9) и регулятора по состоянию (3.23). Легко показать, что в такой системе частота среза всегда существует. Действительно, передаточная функция такой системы описывается выражением

$$w_{\text{pas}}(z) = -K(Iz - A)^{-1}b = \frac{k_{\text{pas}}(z)}{d_{\text{pas}}(z)},$$

здесь  $deg(d_{pa3}(z)) = dim(A) = n$ ,  $deg(k_{pa3}(z)) = dim(A) - 1 = n - 1$ , то есть степень полинома числителя меньше степени полинома знаменателя, и таким образом частота среза  $\omega_{cp}^*$  в этой системе всегда существует.

# 3.4.4. Усиление фильтрующих свойств регулятора. Синтез реализуемого регулятора

Как уже было отмечено, экспериментальные исследования с частотным адаптивным регулятором ЧАР-21W показали высокий уровень шумов в сигнале управления, вызванные наличием квантования по уровню в ЦАП– и АЦП–преобразователях, что приводило к увеличению длительности и погрешности идентификации объекта. Идея подавления таких шумов (помех) заключается в увеличении порядка знаменателя передаточной функции регулятора. Осуществляется это следующим образом.

Реализуемый регулятор синтезируется с использованием функционала (3.10), в котором параметр  $\psi = n - 1$  [74]. Для усиления фильтрующих свойств регулятора параметр  $\psi$  предлагается увеличивать на величину  $\gamma$ :  $\psi = n - 1 + \gamma$ . Решение задачи, описанной в разделе

3.4.1, с функционалом (3.10) приводит к регулятору по состоянию, который имеет вид

$$\mu(k) = \overline{K}\overline{x}(k). \tag{3.38}$$

Выражение (3.38) может быть переписано как

$$\tilde{d}(q)u(k) = K^{[1]}q^{\psi}x(k),$$
(3.39)

здесь  $\tilde{d}(q) = q^{\psi} \frac{\det(Iq^{-1} - \tilde{A})^{-1}}{h^{\psi}}$  — полином степени  $\psi$ , матрица  $\tilde{A} \in \mathbb{R}^{\psi \times \psi}$  имеет структуру

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & h & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & h & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & h \\ hK^{[2]}(1) & hK^{[2]}(2) & hK^{[2]}(3) & hK^{[2]}(4) & \dots & hK^{[2]}(\psi) + 1 \end{bmatrix},$$
(3.40)

 $K^{[1]} \in \mathbb{R}^{1 \times n}, \ K^{[2]} \in \mathbb{R}^{1 \times \psi}$  — строки чисел, получаемые как результат оптимизации функционала (3.10) при расширенном векторе состояния.

Подставив (3.24) в (3.39), получим реализуемый регулятор в виде

$$\left(\tilde{d}(q) - K^{[1]}l(q)\right)u(k) = K^{[1]}\lambda(q)y(k).$$
(3.41)

Вывод выражений (3.39), (3.41) приведен в разделе 3.4.5.

Исследуем устойчивость системы (3.9), (3.41). Для этого сравним характеристические полиномы систем (3.9), (3.39) и (3.9), (3.41). Рассмотрим характеристический полином системы (3.9), (3.39), который асимптотически устойчив по построению. При использовании формулы построения детерминанта блочной матрицы 2 × 2 получим

$$D(q) = \begin{vmatrix} I - Aq & -bq \\ -q^{\psi} K^{[1]} & \tilde{d}(q) \end{vmatrix} = |I - Aq| \left( \tilde{d}(q) - q^{\psi+1} K^{[1]} (I - Aq)^{-1} b \right),$$
(3.42)

где *I* — единичная матрица соответствующей размерности.

Аналогично запишем характеристический полином замкнутой системы (3.9), (3.41):

$$D^{(1)}(q) = \begin{vmatrix} I - Aq & -bq \\ -K^{[1]}\lambda(q)c & \tilde{d}(q) - K^{[1]}l(q) \end{vmatrix} = = |I - Aq| \left( \tilde{d}(q) - K^{[1]}l(q) - K^{[1]}\lambda(q)c(I - Aq)^{-1}bq \right) \quad (3.43)$$

Утверждение 1. Характеристичекие полиномы систем без наблюдателя D(q) и с наблюдателем  $D^{(1)}(q)$  совпадают:  $D^{(1)}(q) = D(q)$ . Поскольку D(q) устойчив по построению (так как регулятор получен с помощью оптимизации квадратичного функционала (3.10)), то  $D^{(1)}(q)$  также устойчив. Для краткости приведём доказательство при n = 3. Рассмотрим выражение

$$q^{\psi+1}(I - Aq)^{-1}b = q^{\psi+1}(I - Aq)^{-1}b - l(q) + l(q) = = l(q) + (L^0)^{-1}L^0 \left(q^{\psi+1}(I - Aq)^{-1}b - l(q)\right). \quad (3.44)$$

Преобразуем выражение  $L^0(q^{\psi+1}(I-Aq)^{-1}b-l(q))$ , стоящее в его правой части. Для этого рассмотрим выражения (3.26), (3.29), которые при n = 3 запишутся как  $\psi(q) = \left[ \begin{array}{c} q^{\psi} \end{array} \right]$ 

$$\begin{bmatrix} q^{\psi-1} \\ q^{\psi-2} \end{bmatrix}$$
,  $l(q) = -(L^0)^{-1}(l_1q^{\psi} + l_2q^{\psi-1})$ . С использованием (3.28) получим:

$$L^{0}\left(q^{\psi+1}(I-Aq)^{-1}b-l(q)\right) = L^{0}q^{\psi+1}(I-Aq)^{-1}b+l_{1}q^{\psi}+l_{2}q^{\psi-1} = \\ = \begin{bmatrix} c\\cA\\cA^{2} \end{bmatrix} q^{\psi+1}(I-Aq)^{-1}b + \begin{bmatrix} 0\\cb\\cAb \end{bmatrix} q^{\psi} + \begin{bmatrix} 0\\0\\cb \end{bmatrix} q^{\psi-1} = \\ \begin{bmatrix} q^{\psi+1}cA(I-Aq)^{-1}b\\q^{\psi+1}cA^{2}(I-Aq)^{-1}b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0\\cbq^{\psi}\\cAbq^{\psi}+cbq^{\psi-1} \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} cq^{\psi+1}(I-Aq)^{-1}b\\c(q^{\psi+1}A(I-Aq)^{-1}+Iq^{\psi})b\\c(q^{\psi+1}A^{2}(I-Aq)^{-1}+Aq^{\psi}+Iq^{\psi-1})b \end{bmatrix}.$$
(3.45)

Проверим справедливость следующего выражения:

$$q^{\psi+1}A(I - Aq)^{-1} + q^{\psi}I = q^{\psi}(I - Aq)^{-1}.$$
(3.46)

Сделать это можно легко, умножив равенство на (I - Aq) справа. Умножив обе части (3.46) на  $q^{-1}$ , получим с использованием (3.46)

$$q^{\psi+1}A^{2}(I - Aq)^{-1} + Aq^{\psi} + Iq^{\psi-1} = q^{\psi-1}(I - Aq)^{-1}.$$
(3.47)

С учетом (3.29), а также с учетом (3.46), (3.47) выражение (3.45) примет вид

$$\begin{bmatrix} cq^{\psi+1}(I-Aq)^{-1}b \\ c(q^{\psi+1}A(I-Aq)^{-1}+Iq^{\psi})b \\ c(q^{\psi+1}A^2(I-Aq)^{-1}+Aq^{\psi}+Iq^{\psi-1})b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{\psi}c(I-Aq)^{-1}bq \\ q^{\psi-1}c(I-Aq)^{-1}bq \\ q^{\psi-2}c(I-Aq)^{-1}bq \end{bmatrix} = \psi(q)c(I-Aq)^{-1}bq.$$
(3.48)

С учетом (3.48), (3.45), (3.27) выражение (3.44) преобразуется в следующее:

$$q^{\psi+1}(I - Aq)^{-1}b = l(q) + (L^0)^{-1}L^0 \left(q^{\psi+1}(I - Aq)^{-1}b - l(q)\right) = l(q) + (L^0)^{-1}\psi(q)c(I - Aq)^{-1}bq = l(q) + \lambda(q)c(I - Aq)^{-1}bq,$$

таким образом

$$q^{\psi+1}(I - Aq)^{-1}b = l(q) + \lambda(q)c(I - Aq)^{-1}bq.$$
(3.49)

С использованием (3.49) выражение (3.43) запишется как

$$D^{(1)}(q) = |I - Aq| \left( \tilde{d}(q) - K^{[1]} l(q) - K^{[1]} \lambda(q) c (I - Aq)^{-1} bq \right) =$$
  
=  $|I - Aq| \left( \tilde{d}(q) - K^{[1]} \left( l(q) + \lambda(q) c (I - Aq)^{-1} bq \right) \right) =$   
=  $|I - Aq| \left( \tilde{d}(q) - K^{[1]} q^{\psi+1} (I - Aq)^{-1} b \right).$  (3.50)

Нетрудно видеть, что (3.50) совпадает с (3.42), т. е.  $D^{(1)}(q) = D(q)$ . Утверждение при n = 3 доказано.

#### 3.4.5. Этапы синтеза регулятора

На <u>первом этапе</u> для объекта (3.9) синтезируется регулятор по состоянию (3.23). После этого к найденному регулятору применяется прямой метод восстановления (разд. 3.4.1), таким образом получаем регулятор по выходу:

$$[q^{\psi} - Kl(q)]u(k) = K\lambda(q)y(k),$$

у которого полиномы  $(K\lambda(q))$  и  $(q^{\psi} - Kl(q))$  имеют старшую степень, равную  $\psi$ , младшая степень числителя  $(q^{\psi} - Kl(q))$  равна  $\psi - n + 1$ , знаменателя  $(K\lambda(q)) - \psi - n + 2$ , т. е. такой регулятор физически не реализуем.

На втором этапе находится частота среза [74] системы  $\omega_{cp}$ .

На <u>третьем этапе</u> составляется расширенная система. Для достижения физической реализуемости и усиления фильтрующих свойств регулятора в функционал (3.10) вводятся дополнительные члены  $x_{n+1} \dots x_{n+\psi}$  с коэффициентами  $\varepsilon_i$   $(i = \overline{1, \psi}, \psi = n - 1 + \gamma).$ 

Будем рассматривать дополнительно введенные члены функционала  $x_{n+1} \dots x_{n+\psi}$  как дополнительные элементы вектора состояния  $\overline{x}$  некоторой расширенной системы

$$\overline{x}(k) = \Phi \overline{x}(k-1) + p\mu(k-1), \qquad (3.51)$$

где  $\overline{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) & \tilde{x}(k) \end{bmatrix}^T$ ,  $\tilde{x}(k) = \begin{bmatrix} x_{n+1}(k) & x_{n+2}(k) & \dots & x_{n+\psi}(k) \end{bmatrix}^T$ ,  $\Phi \in \mathbb{R}^{(n+\psi) \times (n+\psi)}$ ,  $p \in \mathbb{R}^{n+\psi}$ , член  $\mu(k)$  — сигнал управления этой расширенной системы:

$$\mu(k) \triangleq \frac{x_{n+\psi}(k+1) - x_{n+\psi}(k)}{h}.$$

Таким образом, ставится задача поиска оптимального закона управления для системы (3.51) в смысле функционала

$$\overline{J} = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \overline{x}^T(k) \overline{Q} \overline{x}(k) + \overline{R} \mu^2(k) \right\},$$
(3.52)

который с точностью до обозначений совпадает с функционалом (3.22).

Используя обозначения в (3.10), запишем выражение

$$\begin{cases} x_{n+1}(k+1) \doteq hx_{n+2}(k) + x_{n+1}(k), \\ x_{n+2}(k+1) \doteq hx_{n+3}(k) + x_{n+2}(k), \\ \dots \\ x_{n+\psi-1}(k+1) \doteq hx_{n+\psi}(k) + x_{n+\psi-1}(k), \\ x_{n+\psi}(k+1) \doteq x_{n+\psi}(k) + h\mu(k). \end{cases}$$
(3.53)

С учетом уравнения объекта (3.9) и выражения (3.53) расширенная система управления (3.51) запишется как

$$\begin{aligned} x(k) &= Ax(k-1) + bx_{n+1}(k-1), \\ x_{n+1}(k) &= hx_{n+2}(k-1) + x_{n+1}(k-1), \\ x_{n+2}(k) &= hx_{n+3}(k-1) + x_{n+2}(k-1), \\ & \dots \\ x_{n+\psi-1}(k) &= hx_{n+\psi}(k-1) + x_{n+\psi-1}(k-1), \\ x_{n+\psi}(k) &= x_{n+\psi}(k-1) + h\mu(k-1). \end{aligned}$$

$$(3.54)$$

С учетом (3.54) матрицы системы (3.51) в блочной форме записи примут вид

$$\Phi = \begin{bmatrix} A & B \\ 0_n^{\psi} & G \end{bmatrix}, \quad p = \begin{bmatrix} 0_1^{n+\psi-1} \\ h \end{bmatrix},$$

где  $\Phi \in \mathbb{R}^{(n+\psi)\times(n+\psi)}, \ p \in \mathbb{R}^{(n+\psi)\times 1}, \ 0_n^{\psi}$  — обозначение нулевой матрицы размером  $\psi \times n,$   $\begin{bmatrix} 1 & h & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 

$$B = \begin{bmatrix} b & 0_{\psi-1}^n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times \psi}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & h & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\psi \times \psi}, \text{ a матрицы } \overline{Q}, \overline{R} \text{ функционала}$$

(3.52) примут вид

$$\overline{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0^n_{\psi} \\ 0^{\psi}_n & F \end{bmatrix}, \overline{R} = \varepsilon^2_{\psi},$$
(3.55)

где  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $F = diag(1, \varepsilon_1^2, \dots, \varepsilon_{\psi-1}^2)$ .

На четвертом этапе для системы (3.51) ищется оптимальное в смысле (3.52) управление

$$\mu(k) = \overline{K}\overline{x}(k), \qquad (3.56)$$

с использованием процедуры, описанной в разделе 3.4.1, но вместо матриц Q, R функционала (3.22) используются матрицы (3.55).

На пятом этапе составляется уравнение регулятора. Для этого выражение (3.56) представляется в виде

$$\mu(k) = \tilde{u}(k) + K^{[2]}\tilde{x}(k), \quad \tilde{u}(k) \triangleq K^{[1]}x(k).$$
(3.57)

Тогда  $\overline{K}$  запишется как  $[K^{[1]}K^{[2]}] \doteq \overline{K}$ , здесь  $K^{[1]}$  — строка длины  $n, K^{[2]}$  — строка длины  $\psi$ .

Заметим, что справедливо выражение

$$u(k) = \tilde{c}\tilde{x}(k), \tag{3.58}$$

где  $\tilde{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\psi}$ . С учетом (3.57) выражение (3.53) запишется как

$$\begin{cases} x_{n+1}(k+1) = hx_{n+2}(k) + x_{n+1}(k), \\ x_{n+2}(k+1) = hx_{n+3}(k) + x_{n+2}(k), \\ \dots \\ x_{n+\psi-1}(k+1) = hx_{n+\psi}(k) + x_{n+\psi-1}(k), \\ x_{n+\psi}(k+1) = x_{n+\psi}(k) + hK^{[2]}\tilde{x}(k) + h\tilde{u}(k), \end{cases}$$

или в более компактной форме с учетом (3.58):

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{b}\tilde{u}(k), \\ u(k) = \tilde{c}\tilde{x}(k), \end{cases}$$
(3.59)

где матрица  $\tilde{A}$  определена в (3.40),  $\tilde{b} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{\psi}$ .

Для получения уравнения регулятора запишем выражение, связывающее  $\tilde{u}(k)$  и u(k) в системе (3.59):

$$u(k) = \tilde{c}(Iz - \tilde{A})^{-1}\tilde{b}\tilde{u}(k), \qquad (3.60)$$

где z — оператор сдвига:  $z^i x(k) \triangleq x(k+i)$ .

Обозначим

$$\tilde{d}(z) \triangleq det(Iz - \tilde{A}),$$
(3.61)

$$\xi(z) \triangleq det(Iz - \tilde{A}) \cdot \tilde{c}(Iz - \tilde{A})^{-1}\tilde{b}.$$
(3.62)

Покажем, что  $\xi(z) = h^{\psi}$ . Обозначим

$$\tilde{H} = Iz - \tilde{A}.\tag{3.63}$$

Матрица $\tilde{H} \in \mathbb{R}^{\psi \times \psi}$ имеет структуру

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} z-1 & -h & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z-1 & -h & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & z-1 & -h & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -h \\ -hK^{[2]}(1) & -hK^{[2]}(2) & -hK^{[2]}(3) & -hK^{[2]}(4) & \dots & z-hK^{[2]}(\psi) - 1 \end{bmatrix}$$

Преобразуя (3.62), с учетом (3.63) получим

$$\xi(z) \doteq det \tilde{H} \cdot \tilde{c} \tilde{H}^{-1} \tilde{b} = \tilde{c} \begin{bmatrix} \tilde{H}_{1,1} & \dots & -1^{1+\psi} \tilde{H}_{1,\psi} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -1^{\psi+1} \tilde{H}_{\psi,1} & \dots & \tilde{H}_{\psi,\psi} \end{bmatrix}^{T} \tilde{b} = \\ = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{1,1} & \dots & -1^{\psi+1} \tilde{H}_{\psi,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h \end{bmatrix}^{T} = -1^{\psi+1} \tilde{H}_{\psi,1} h,$$

где  $-1^{i+j}\tilde{H}_{i,j}$  — алгебраическое дополнение для элемента матрицы  $\tilde{H}$ с номером строки iи номером столбца j. Отсюда

$$\xi(z) = -1^{\psi+1} \tilde{H}_{\psi,1} h = -1^{\psi+1} h \begin{vmatrix} -h & 0 & 0 & \dots & 0 \\ z - 1 & -h & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z - 1 & -h & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & z - 1 & -h \end{vmatrix}.$$
(3.64)

Раскрывая определитель в (3.64)  $\psi - 1$  раз по первым строкам, получим

$$\xi(z) = -1^{\psi+1} \tilde{H}_{\psi,1} h = -1^{1+\psi} h(-1^{\psi-1}) h^{\psi-1} = (-1)^{2\psi} h^{\psi} = h^{\psi}.$$
(3.65)

По построению порядок  $deq(\tilde{d}(z)) = dim(\tilde{A}) = \psi$ .

С учетом (3.61), (3.62), (3.65) выражение (3.60) перепишется как

$$\tilde{d}(z)u(k) = h^{\psi} K^{[1]} x(k).$$
(3.66)

Обозначив  $\check{d}(z) \triangleq \frac{\check{d}(z)}{h^{\psi}}$  и умножив обе части (3.66) на  $z^{-\psi}$ , получим (3.39):

$$\tilde{d}(q)u(k) = K^{[1]}q^{\psi}x(k),$$
(3.67)

где  $\tilde{d}(q) \triangleq z^{-\psi} \check{d}(z).$ 

Добавив к (3.67) уравнение наблюдателя (3.24)  $q^{\psi}x(k) = l(q)u(k) + \lambda(q)y(k)$ , получим (3.36):

$$\left(\tilde{d}(q) - K^{[1]}l(q)\right)u(k) = K^{[1]}\lambda(q)y(k).$$
(3.68)

#### 3.4.6. Синтез регулятора для объекта третьего порядка

В данном разделе рассматривается синтез регулятора для объекта при n = 3.

Первый этап.

Вектор состояния объекта (3.9) есть  $x(k) \triangleq [x_1(k) \ x_2(k) \ x_3(k)]^T$ 

Вначале найдём оптимальное управление u(k) = Kx(k), доставляющее минимум функционалу

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left( x^T(k) Q x(k) + u^2(k) \right),$$
(3.69)

здесь  $Q = c^T \tilde{q}^2 c \in \mathbb{R}^3$  — заданная матрица.

Эта задача решается с помощью алгебраического уравнения Риккати. Пусть вектор–строка К найден:

$$u(k) = Kx(k). \tag{3.70}$$

Неизвестный вектор x(k) найдём с помощью прямого метода восстановления. Для этого запишем 3 уравнения объекта:

$$y(k) \doteq cx(k) \tag{3.71}$$

$$y(k+1) = cx(k+1) = cAx(k) + cbu(k)$$
(3.72)

$$y(k+2) = cAx(k+1) + cbu(k+1) = cA^2x(k) + cAbu(k) + cbu(k+1)$$
(3.73)

или в матричной форме:

 $\bar{y}$ 

$$\bar{y} = L^0 x(k) + l_1 u(k) + l_2 u(k+1), \tag{3.74}$$

$$0 \quad \boxed{0} \quad \boxed{0} \quad \boxed{0}$$

$$\triangleq \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ y(k+2) \end{bmatrix}, \ L^{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ cA \\ cA^{2} \end{bmatrix}, \ l_{1} \triangleq \begin{bmatrix} 0 \\ cb \\ cAb \end{bmatrix}, \ l_{2} \triangleq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ cb \\ cb \end{bmatrix}$$

Г

Выражение (3.74) можно переписать как:

$$\psi(z)y(k) = L^0 x(k) + [l_1 \ l_2]\phi(z)u(k),$$

где  $\psi(z) = \begin{bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{bmatrix}$ ,  $\phi(z) = \begin{bmatrix} 1 \\ z \end{bmatrix}$ .

Отсюда следует:

$$x(k) = l(z)u(k) + \lambda(z)y(k), \qquad (3.75)$$

где  $l(z) = -(L^0)^{-1}[l_1 \ l_2]\phi(z), \ \lambda(z) = (L^0)^{-1}\psi(z).$ 

Применив наблюдатель (3.75) к регулятору (3.70), получим регулятор по выходу

$$[1 - Kl(z)]u(k) = K\lambda(z)y(k), \qquad (3.76)$$

здесь порядок числителя – 2, порядок знаменателя – 1.

Второй этап. Находим частоту среза  $\omega_{cp}$  разомкнутой системы (3.9), (3.70):

$$w_{\text{pas}}(z) = -K(Iz - A)^{-1}b = \frac{k_{\text{pas}}(z)}{d_{\text{pas}}(z)}$$

Третий этап. Составляем расширенную систему. Для реализуемости регулятора введём новые переменные: /  $(1) \Delta (1)$ 

$$\begin{cases} x_4(k) \stackrel{\triangleq}{=} u(k), \\ x_5(k) \stackrel{\triangleq}{=} \frac{u(k+1) - u(k)}{h}, \end{cases}$$
(3.77)  
$$\mu(k) \stackrel{\triangleq}{=} \frac{x_5(k+1) - x_5(k)}{h}, \quad \bar{x}(k) \stackrel{\triangleq}{=} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \end{bmatrix}, \quad \tilde{x}(k) \stackrel{\triangleq}{=} \begin{bmatrix} x_4(k) \\ x_5(k) \end{bmatrix}.$$
  
$$3a_{METUM}, \forall To \ \mu(k) \stackrel{\doteq}{=} \frac{u(k+2) - 2u(k+1) + u(k)}{k^2}.$$
Сформируем систему в форме Коши с

вектором состояния  $\bar{x}(k)$  и управлением  $\mu(k)$ :

$$\overline{x}(k) = \Phi \overline{x}(k-1) + p\mu(k-1), \qquad (3.78)$$

где  $\Phi \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ ,  $p \in \mathbb{R}^5$ , член  $\mu(k)$  — сигнал управления этой расширенной системы. Таким образом, ставится задача поиска оптимального закона управления для системы (3.78) в смысле функционала

$$\overline{J} = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ x^T(k) Q x(k) + x_4^2(k) + \varepsilon_1^2 \left[ x_5(k) \right]^2 + \varepsilon_2^2 \left[ \mu(k) \right]^2 \right\},$$
(3.79)

где  $Q = c^T \tilde{q}^2 c$ . Выражение (3.79) с учетом обозначений (3.77) перепишется как

$$\overline{J} = \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \overline{x}^T(k) \overline{Q} \overline{x}(k) + \overline{R} \mu^2(k) \right\},$$
(3.80)

который с точностью до обозначений совпадает с функционалом (3.69).

Выражение (3.77) может быть записано как:

$$\begin{cases} x_4(k+1) \doteq hx_5(k) + x_4(k), \\ x_5(k+1) \doteq x_5(k) + h\mu(k). \end{cases}$$
(3.81)

С учетом уравнения объекта (3.9) и выражения (3.77), расширенная система управления (3.51) запишется как:

$$\begin{cases} x(k) = Ax(k-1) + bx_4(k-1) \\ x_4(k) = hx_5(k-1) + x_4(k-1), \\ x_5(k) = x_5(k-1) + h\mu(k-1). \end{cases}$$
(3.82)

С учетом (3.54) матрицы системы (3.51) в блочной форме записи примут вид:

$$\Phi = \begin{bmatrix} A & B \\ 0_3^2 & G \end{bmatrix}, \quad p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix},$$

где  $\Phi \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ ,  $p \in \mathbb{R}^5$ ,  $0_3^2$  — обозначение нулевой матрицы размером  $2 \times 3$ ,  $B = \begin{bmatrix} b & 0_1^3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ ,  $G = \begin{bmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , а матрицы  $\overline{Q}, \overline{R}$  функционала (3.80) примут вид:

$$\overline{Q} = \begin{bmatrix} & & 0 & 0 \\ Q & & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_1^2 \end{bmatrix}, \quad \overline{R} = \varepsilon_2^2, \tag{3.83}$$

где  $Q \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ .

На четвертом этапе для системы (3.78) ищется оптимальное в смысле (3.80) управление

$$\mu(k) = \overline{K}\overline{x}(k), \quad \overline{K} \in \mathbb{R}^5.$$
(3.84)

На <u>пятом этапе</u> составляется уравнение регулятора. Для этого представим выражение (3.84) в виде

$$\mu(k) = \tilde{u}(k) + K^{[2]}\tilde{x}(k), \quad \tilde{u}(k) \triangleq K^{[1]}x(k)$$
(3.85)

Тогда  $\overline{K}$  запишется как  $[K^{[1]}K^{[2]}] \doteq \overline{K}$ , здесь  $K^{[1]}$  — строка длины 3,  $K^{[2]}$  — строка длины 2. Заметим, что справедливо выражение

$$u(k) = \tilde{c}\tilde{x}(k) \tag{3.86}$$

где  $\tilde{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

С учетом (3.85) выражение (3.81) запишется как

$$\begin{cases} x_4(k+1) \doteq hx_5(k) + x_4(k), \\ x_5(k+1) \doteq x_5(k) + h\tilde{u}(k) + hK^{[2]}\tilde{x}(k). \end{cases}$$
(3.87)

или в более компактной форме с учетом (3.86):

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{b}\tilde{u}(k) \\ u(k) = \tilde{c}\tilde{x}(k) \end{cases},$$
(3.88)

с матрицами  $\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & h \\ hK^{[2]}(1) & hK^{[2]}(2) + 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ h \end{bmatrix}.$ 

Для получения уравнения регулятора запишем выражение, связывающее  $\tilde{u}(k)$  и u(k) в системе (3.88):

$$u(k) = \tilde{c}(Iz - \tilde{A})^{-1}\tilde{b}\tilde{u}(k).$$
(3.89)

$$(Iz - \tilde{A})^{-1} = \frac{1}{(z - 1)(z - hK^{[2]}(2) - 1) - h^2K^{[2]}(1)} \begin{bmatrix} z - hK^{[2]}(2) - 1 & hK^{[2]}(1) \\ h & z - 1 \end{bmatrix}^T = \frac{1}{z^2 - zhK^{[2]}(2) - z - z + hK^{[2]}(2) + 1 - h^2K^{[2]}(1)} \begin{bmatrix} z - hK^{[2]}(2) - 1 & hK^{[2]}(1) \\ h & z - 1 \end{bmatrix}^T = (3.90)$$
$$= \frac{1}{z^2 + z(-hK^{[2]}(2) - 2) + hK^{[2]}(2) - h^2K^{[2]}(1) + 1} \begin{bmatrix} z - hK^{[2]}(2) - 1 & h \\ hK^{[2]}(1) & z - 1 \end{bmatrix}.$$

$$c(Iz - A)^{-1}\tilde{b} = \frac{h^2}{z^2 + z(-hK^{[2]}(2) - 2) + hK^{[2]}(2) - h^2K^{[2]}(1) + 1} \triangleq \frac{\xi(z)}{\tilde{d}(z)}$$
(3.91)

По построению порядок  $deg(\tilde{d}(z)) = dim(\tilde{A}) = 2.$ 

Добавив к (3.89) уравнение наблюдателя (3.75)  $x(k) = l(z)u(k) + \lambda(z)y(k)$ , с учетом обозначений (3.91), (3.85) получим:

$$\tilde{d}(z)u(k) = h^2 K^{[1]} x(k),$$
(3.92)

$$u(k) = \frac{h^2}{\tilde{d}(z)} K^{[1]} \left( l(z)u(k) + \lambda(z)y(k) \right), \qquad (3.93)$$

Обозначим  $l_{K1}(z) \triangleq K^{[1]}l(z), \ \lambda_{K1}(z) \triangleq K^{[1]}\lambda(z),$  тогда (3.93) примет вид:

$$\left(\tilde{d}(z) - h^2 l_{K1}(z)\right) u(k) = h^2 \lambda_{K1}(z) y(k).$$
(3.94)

Отметим, что  $\xi(z) = h^{\psi}$ .

Для реализации (3.94) в физическом устройстве умножим левую и правую часть (3.94) на  $z^{-2}$ . Тогда с учетом обозначений  $\tilde{d}(q) \triangleq z^{-2}\tilde{d}(z), \ l_{K1}(q) \triangleq z^{-2}l_{K1}(z), \ \lambda_{K1}(q) \triangleq z^{-\psi}\lambda_{K1}(z)$ регулятор окончательно примет вид

$$(\tilde{d}(q) - h^2 l_{K1}(q))u(k) = h^2 \lambda_{K1}(q)y(k).$$
(3.95)

#### Численный пример

Непрерывный аналог объекта:

$$w_{\rm o6} = \frac{0.4s + 1}{0.2s^3 + 1.24s^2 + 5.24s + 1}.$$
(3.96)

Дискретный аналог объекта:

$$w_{\rm o6}^{d} = \frac{9.876 \times 10^{-5} z^2 + 1.228 \times 10^{-6} z - 9.514 \times 10^{-5}}{z^3 - 2.937 z^2 + 2.877 z - 0.9399}.$$
(3.97)

Период дискретности h = 0.01.

Матрицы объекта в форме Коши (3.9) имеют вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2.93734055992801 & -1.43861414690752 & 0.469941443395545\\ 2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.98)

$$b = \begin{bmatrix} 0.015625\\0\\0 \end{bmatrix} \tag{3.99}$$

 $c = \begin{bmatrix} 0.00632090465792922 & 3.92866447979388 \times 10^{-5} & -0.00304463190382631 \end{bmatrix}$ (3.100) Вектор K регулятора u = Kx (3.70):

$$K = \begin{bmatrix} -5.35767030638497 & 5.09282705858043 & -2.41978812414584 \end{bmatrix}$$
(3.101)

Вектор-полиномы наблюдателя:

$$l(z) = \begin{bmatrix} -216.964z - 444.917 \\ -456.175z - 214.306 \\ -439.458z - 450.587 \end{bmatrix}$$
(3.102)

$$\lambda(z) = \begin{bmatrix} 2196786.824z^2 + 4504839.596z + 4618837.530 \\ -4310142.797z^2 - 8838674.413z - 9062259.220 \\ 2117010.822z^2 + 4341166.351z + 4450775.612 \end{bmatrix}$$
(3.103)

Передаточная функция регулятора (3.76) имеет следующий вид:

$$w_{\rm per}(z) = \frac{3899z^2 - 7231z + 3371}{0.3851z - 0.5783}.$$
(3.104)

Разомкнутая система с регулятором (3.76):

$$w_{\rm pas} = \frac{-0.3851z^4 + 0.7094z^3 + 0.04694z^2 - 0.6921z + 0.3207}{0.3851z^4 - 1.709z^3 + 2.807z^2 - 2.026z + 0.5436}$$
(3.105)

Можно заметить, что при записи характеристического полинома зам<br/>кнутой системы старший член при  $z^4$  сократится.

Частота среза разом<br/>кнутой системы:  $\omega_{\rm cp} = 16.41.$ 



Рис. 3.9. Годограф системы с нереализуемым регулятором

**Третий этап.** Формируем расширенный функционал (3.79), в него входят  $x_4$ ,  $x_5$ ,  $\mu$  с коэффициентами 1,  $\varepsilon_1 = 0.00082$ ,  $\varepsilon_2 = 1.7 \times 10^{-7}$  соответственно;  $\tilde{q} = 40$ .

Матрицы расширенной системы:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 2.9373 & -1.4386 & 0.4699 & 0.015625 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.106)

Вектор K регулятора (3.56)  $\mu = \bar{K}x$ :

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} -9188.70 & 8805.68 & -4219.86 & -2152.97 & -85.39 \end{bmatrix}$$
(3.107)

Окончательно получим регулятор (3.95):

$$w_{\rm per}(q) = \frac{-732.6539q^2 + 1557.843q - 830.8623}{0.2731858q^2 - 1.228145q + 1.0}$$
(3.108)

Размокнутая система:

$$w_{\text{pa32}} = \frac{0.08206z^{-1} - 0.1528z^{-2} - 0.008605z^{-3} + 0.1491z^{-4} - 0.06971z^{-5}}{1 - 4.165z^{-1} + 6.758z^{-2} - 5.276z^{-3} + 1.94z^{-4} - 0.2568z^{-5}}$$
(3.109)

Хар. полином:

$$D(q) = -0.326q^5 + 2.089q^4 - 5.285q^3 + 6.605q^2 - 4.083q + 1.000$$
(3.110)



Рис. 3.10. Годограф системы с реализуемым регулятором (3.108)

Радиус запаса устойчивости  $\rho=0.92.$ 

#### 3.4.7. Алгоритм настройки испытательного сигнала

#### Этапы настройки частот испытательного сигнала

- 1. Задаться начальной частотой испытательного сигнала  $\omega_i$ , а также его амплитудой  $\rho_i$ ,  $i = \overline{0, 1, 2, \ldots}$
- 2. Подать испытательный сигнал

$$v(k) = \rho_i^{[m]} \sin(\omega_i^{[m]} kh).$$
 (3.111)

- 3. Настроить амплитуду испытательного сигнала по описанному ниже алгоритму.
- 4. Вычислить частотные параметры  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ , соответствующие испытательной частоте  $\omega_i$ . Вычислить оценку нижней границы собственных частот объекта по формуле  $\omega_i^l = \frac{\omega_i \alpha_i}{\beta_i}$ .

5. Задаться новой частотой  $\omega_i = 0.5\omega_{i-1}$ . Повторять шаги 1–4 до тех пор, пока оценка  $\omega_i^l$  в относительном выражении не будет отличаться от  $\omega_{i-1}^l$  на наперёд заданное достаточно малое число  $\varepsilon^l$ .

#### Алгоритм настройки амплитуд испытательного сигнала

- 1. Задать начальное значение интервалу времени  $a_1$ .
- 2. Вычислить коэффициент воздействия внешнего возмущения на протяжении времени *a*<sub>1</sub>:

$$K_{y}^{[m]} = \frac{1}{a_{i}} \sqrt{\sum_{k^{[m]}}^{k^{[m]}+a_{i}} (y(k) - y_{sp}(k))^{2}}$$
(3.112)

при m = 1.

3. Задаться начальными амлитудам<br/>и $\rho_j^{[1]}$ и частотами  $\omega_j^{[1]},\ j=\overline{1,n}$ испытательного сигнала

$$v(k) = \sum_{j=1}^{n} \rho_j^{[m]} \sin(\omega_j^{[m]} kh), \qquad (3.113)$$

при этом периодом испытательного сигнала назовём величину

$$T_{\text{nep}}^{[m]} = \frac{2\pi}{\min_{j}(\omega_{j}^{[m]})h}$$

- 4. Подать испытательный сигнал (3.113) в течение  $n_{\text{пропуск}}T_{\text{пер}}^{[m]}$  интервалов времени (для того, чтобы пропустить переходные процессы, вызванные подачей испытательного сигнала).
- 5. Подать испытательный сигнал (3.113) в течение интервала времени  $T_{\text{пер}}^{[m]}$ , по окончании вычислить коэффициент воздействия испытательного сигнала

$$K_{nu}^{[m]} = \frac{1}{a_i} \sqrt{\sum_{k^{[m]}}^{k^{[m]}+a_i} \left(y_{\nu}(k) - y_{sp}(k)\right)^2 / K_y}$$
(3.114)

#### 3.4.8. Достижение требуемой точности в случае минимально-фазового объекта

После синтеза регулятора проверяется выполнение цели регулирования (3.4) (точности) и, если необходимо, изменение коэффициента q и матрицы Q функционала (3.22). Для этого система управления (3.1), (3.36) представляется в виде

$$\begin{cases} \hat{d}(z)y(k) = \hat{k}(z)u(k) + f(k) \\ g(z)u(k) = r(z)y(k) \end{cases}$$

где r(z), g(z) — полиномы регулятора,  $\hat{k}(z), \hat{d}(z)$  — оценки полиномов объекта. Выражение для передаточной функции, связывающей выход объекта y с внешним возмущением f, описывается как

$$w_{yf}(z) = \frac{g(z)}{\hat{d}(z)g(z) - \hat{k}(z)r(z)}$$

Далее вычисляется величина

$$E_{\text{зам}} = \frac{1}{w_{yf}(1)},$$

определяющая точность, которую обеспечивает регулятор (3.36) при единичном ступенчатом возмущении.

Затем проверяется условие

$$0.3E_{\rm жел} < E_{\rm 3am} < 1.05E_{\rm жел},\tag{3.115}$$

где  $E_{\text{жел}} = \frac{y^*}{f^*}$  — желаемая точность.

Величина  $E_{3am}$  может оказаться больше или меньше требуемой, что является нежелательным, поэтому процедура синтеза регулятора повторяется с изменением значения q до тех пор, когда величина  $E_{3am}$  окажется принадлежащим интервалу (3.115). Таким образом, варьирование параметра q при синтезе регулятора, использующем прямой метод восстановления, позволяет контролировать точность, обеспечиваемую регулятором (3.36) для минимально-фазовых объектов.

# 3.5. Структура программного обеспечения адаптивного регулятора для промышленного контроллера WinCon W-8341

При разработке программного обеспечения удобно воспользоваться теорией конечных автоматов для задания логики работы программы как адаптивного регулятора. Программа unichar использует два конечных автомата — KA1 и KA2. Конечный автомат KA2 отображает наиболее крупные блоки состояния программы как адаптивного регулятора, такие как конфигурирование адаптивного регулятора, самонастройка испытательного сигнала, идентификация, регулирование. Состояния автомата KA2 следующие:

- 200 соответсвует началу работы программы;
- 210 считывание настроек адаптивного регулятора, первичное конфигурирование конечных автоматов;
- 220 поиск нижней частоты объекта;
- 230 идентификация объекта (подача испытательного сигнала, фильтрация);
- 240 процесс регулирования с найденным регулятором.

Логика работы программы unichar представлена на рисунках 3.11, 3.12 в виде диаграммы состояний двух конечных автоматов (KA1, KA2).

Конечный автомат КА1 отображает более частные состояния адаптивного регулятора:

• 00 — начало работы программы;



Рис. 3.11. Конечный автомат 2

- 10 считывание установок программы, задание параметров адаптивного регулятора, блока идентификации, и прочих;
- 20 пропуск времени, соответствующего длине буфера, для того, чтобы ушли переходные процессы;
- 21 накопление данных для автоматической настройки амплитуд, расчет  $k_y$  согласно (2.3);
- 22 подаётся испытательный сигнал (3.6) с рассчитанными амплитудами, высчитываем  $k_{\nu}$  согласно (2.6);
- 30 подаётся испытательный сигнал, ждём переходной процесс;



Рис. 3.12. Конечный автомат 1

- 31 подаётся испытательный сигнал, накопление интегральных сумм  $\alpha_{yi}$ ,  $\alpha_{ui}$ ,  $\beta_{yi}$ ,  $\beta_{ui}$  согласно выражению (3.7);
- 32 -обработка частотных параметров (3.7);
- 40 расчёт частот испытательного сигнала (3.6);
- 41 проверка наличия необходимого количества частотных параметров;
- 50 запуск расчета регулятора (3.36) параллельно с основной программой в отдельном потоке;
- 501 расчёт регулятора параллельно с основной программой в отдельном потоке;
- 51 замыкание объекта рассчитанным регулятором, прбопуск переходного процесса;
- 52 замер ошибки регулирования (проверка условия (3.4));
- 60 нормальный процесс регулирования, измерение ошибки регулирования;
- 601 задержка 100 секунд, для накопления статистики работы регулятора;
- 61 сброс амплитуд испытательного сигнала, сброс найденных ранее частотных парамтеров;

Номера состояний у KA1 не несут специальной смысловой нагрузки, но для удобства первые цифры в этих номерах обозначают функциональную направленность соответствующих состояний (например, 3 — подача испытательного сигнала, фильтрация, 5 — расчет, подключение регулятора, и т.д.).

#### 3.6. Экспериментальные исследования

#### Синтез режимов объекта

Параметры режимов получены случайным образом в соответствии со следующим алгоритмом. Параметры первого режима (для m = 1) заданы. Для каждого m из диапазона 2...12 для каждого из коэффициентов  $K^{[m]}, T_2^{[m]}, T_3^{[m]}$  генерируется случайное число P из диапазона 1.3...1.5 и генерируется случайное число Z, принимающее одно из значений 0 или 1. Коэффициенты находятся как:

$$\begin{cases} K^{[m]} = K^{[m-1]} \times P, \text{ если } Z = 1\\ K^{[m]} = K^{[m-1]} \div P, \text{ если } Z = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} T_2^{[m]} = T_2^{[m-1]} \times P, \text{ если } Z = 1\\ T_2^{[m]} = T_2^{[m-1]} \div P, \text{ если } Z = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} T_3^{[m]} = T_3^{[m-1]} \times P, \text{ если } Z = 1\\ T_3^{[m]} = T_3^{[m-1]} \div P, \text{ если } Z = 1 \end{cases}$$

Далее для каждого *i* из диапазона 13...16 коэффициенты находятся как

Номер	K	$T_2$	$T_3$	Номер	K	$T_2$	$T_3$
режи-				режи-			
ма				ма			
1	1	5	0.2	9	1.68	8.4	0.21
2	1.32	6.99	0.15	10	1.24	5.93	0.16
3	0.93	10	0.19	11	1.65	7.89	0.2
4	1.32	13.91	0.26	12	1.24	5.39	0.14
5	0.92	19.86	0.19	13	1.36	4.47	0.48
6	1.22	13.47	0.14	14	1.45	3.5	0.65
7	1.75	9.44	0.19	15	2.6	3.12	1.2
8	2.47	12.52	0.28	16	4.25	4.73	1.14

Таблица 3.1. Режимы объекта 1–8.

Таблица 3.2. Режимы объекта 9-16.

Номер	1	2	3	4	5	6	7	8
$\max  y(k) $	0.08	0.06	0.05	0.05	0.03	0.04	0.05	0.04

Таблица 3.3. Результаты экспериментов на стенде ФМ-2 на режимах 1–8.

$$\begin{cases} K^{[m]} = K^{[m-1]} \times P + 0, 5, \text{ если } Z = 1\\ K^{[m]} = K^{[m-1]} \div P + 0, 5, \text{ если } Z = 0\\ \end{cases}$$
$$\begin{cases} T_2^{[m]} = T_2^{[m-1]} \times P + 0, 5, \text{ если } Z = 1\\ T_2^{[m]} = T_2^{[m-1]} \div P + 0, 5, \text{ если } Z = 0\\ \end{cases}$$
$$\begin{cases} T^{[m]} = T^{[m-1]} \times P + 0, 3, \text{ если } Z = 1\\ T^{[m]} = T^{[m-1]} \div P + 0, 3, \text{ если } Z = 0 \end{cases}$$

#### Испытания

На стенде ФМ-2, описанном в разделе 2.5, проводились испытания регулятора ЧАР-25 для многорежимного объекта, результаты которых приведены в таблицах 3.1–3.2 и рисунках 3.13, 3.14.

Для испытаний адаптивного регулятора в замкнутой системе были получены 16 режимов с соответствующими коэффициентами объекта случайным образом. Предполагаем, что объект записывается в следующем виде:

$$y(s) = \frac{K(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3^2s^2+2T_3\xi+1)}u(s) + \frac{1}{(T_2s+1)(T_3^2s^2+2T_3\xi+1)}f(s),$$
$$T_1 = 0.4, \ \xi = 0.6$$

В качестве внешнего возмущения, действующего на объект, выбрана функция  $f(t) = \operatorname{sign}(\sin(1.3t))$  .

Отметим, что система с первым регулятором без адаптации при смене режимов работы объекта теряет устойчивость на режиме №16.

Номер	9	10	11	12	13	14	15	16
$\max  y(k) $	0.05	0.07	0.05	0.06	0.08	0.05	0.05	0.04

Таблица 3.4. Результаты экспериментов на стенде ФМ-2 на режимах 9–16.

В таблицах 3.3, 3.4 приведены данные — максимальное отклонение выхода объекта после окончания процесса адаптации для каждого из режимов (этап 3 на рисунках 3.13, 3.14). При проведении экспериментов цель управления (3.4) задавалась числом  $y^* = 0.1$ . Как видно из таблицы, для всех режимов цель управления (3.4) удовлетворяется. Эксперименты проводились следующим образом. До адаптации объект работает на режиме m, регулятор — от объекта с номером режима m - 1. Процесс адаптации включается по заданию оператора. После окончания процесса адаптации через некоторое время объект меняет режим работы, также по заданию оператора. Процесс адаптации включает в себя идентификацию объекта и синтез регулятора согласно описанному выше алгоритму.

![](_page_64_Figure_3.jpeg)

Рис. 3.13. Результаты эксперимента на режиме 1.

На рисунках 3.13, 3.14 приведены типичные результаты экспериментов, соответствующие номерам режимов объекта 1 и 10. Цифрами на рисунках обозначены следующие этапы: 1 — выход объекта до адаптации, 2 — этап адаптации и расчет нового регулятора, 3 — работа системы после адаптации с новым регулятором.

![](_page_65_Figure_0.jpeg)

Рис. 3.14. Результаты эксперимента на режиме 10.

# 3.7. Выводы к третьей главе

- 1. Реализован адаптивный регулятор на контроллере WinCon W-8341, использующий «нерасширенный» функционал. Осуществлено его экспериментальное исследование и показано влияние ЦАП и АЦП на точность идентификации.
- 2. Предложен алгоритм синтеза регулятора, позволяющий уменьшить влияние ЦАП и АЦП. Положительный эффект достигается с помощью изменения структуры функционала оптимизации, а именно включения в него членов, имеющих аналог старших производных по управлению.
- 3. Предложен наблюдатель, использующий прямой алгоритм восстановления в будущем времени.
- 4. Доказано, что при таком алгоритме восстановления характеристические полиномы систем с регулятором, использующим полностью наблюдаемый вектор состояния, и с регулятором, использующим предложенный наблюдатель, совпадают.
- 5. Экспериментальные исследования на стенде ФМ–2 полунатурных испытаний подтвердили эффективность разработанных алгоритмов.

# Глава 4

# Внедрение в установку по производству сверхтвёрдых материалов и промышленный контроллер Siemens

# Введение

Ставится задача синтеза алгоритма настройки ПИД-регулятора, управляющего технологическим процессом синтеза сверхтвёрдых материалов (пресс ДО138Б, г. Троицк) [11]. Акт о внедрении приведён в Приложении.

![](_page_67_Picture_4.jpeg)

Рис. 4.1. Пресс ДО138Б

# 4.1. Структура пресса

Образец, из которого изготовляется сверхтвёрдый материал, представляет собой так называемую сборку, состоящую из собственно рабочего материала (графит) и обрамляющую его керамическую оправку, служащую для удержания материала. Процесс производства состоит в одновременном создании постоянного давления на образец (порядка 50 атм.) и температурного воздействия на рабочий материал путём пропускания электрического тока. Величина подаваемого тока регулируется с помощью ПИД–регулятора.

Коэффициенты ПИД–регулятора нуждаются в настройке, поскольку каждый тип сборки обладает различной динамикой.

Мощность, выделяемая на образце, измеряется с помощью датчика тока в цепи и датчика падения напряжения на образце.

Структурная схема управляющей цепи пресса представлена на рисунке:

![](_page_68_Figure_2.jpeg)

Рис. 4.2. Блок-схема управления прессом

## 4.2. Построение математической модели

Для определения модели и динамических характеристик процесса была проведена серия испытаний в разомкнутой системе. Графики некоторых экспериментов приведены на рисунках 4.3, 4.4.

![](_page_68_Figure_6.jpeg)

Рис. 4.3. Эксперимент №1 в разомкнутой системе

В результате их анализа было выяснено, что процесс с достаточной степенью точности можно описать моделью первого порядка с запаздыванием, у которой коэффициент пропорциональности нелинейно зависит от управляющего сигнала:

$$W_{\text{ДO1}}(s) = \frac{K_p(u)}{Ts+1} e^{-\tau s},$$
(4.1)

здесь  $K_p$  — пропорциональный коэффициент, u — сигнал управления, T — постоянная времени, зависящая от типа сборок,  $\tau = 0.06$  сек. — запаздывание; в качестве альтернативного

![](_page_69_Figure_0.jpeg)

Рис. 4.4. Эксперимент №2 в разомкнутой системе

варианта описания процесса рассматривается модель второго порядка с нелинейным коэффициентом пропорциональности:

$$W_{\text{ДO2}}(s) = \frac{K_p(u) \cdot (T_u s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}.$$
(4.2)

Для определения нелинейности  $K_p(u)$  строится таблица, ставящая в соответствие величину напряжения u, подаваемую с регулятора, и мощность P, выделяемую на образце, отнесённую к напряжению u, то есть  $K_p(u_{ycr}) = \frac{P_{ycr}}{u_{ycr}}$ , где  $u_{ycr}$  и  $P_{ycr}$  – установившиеся значения на выходе и входе регулятора, получаемые из эксперимента.

![](_page_69_Figure_5.jpeg)

Рис. 4.5. Зависимость пропорционального коэффициента от управляющего напряжения.

С достаточной степенью точности (доверительный интервал 95%) зависимость  $K_p(u)$  можно описать квадратичной функцией  $K_p(u) = 276.2u^2 + 19.17u + 45.7$ . На рисунке 4.5

кружками отмечены точки, полученные из экспериментов, а сплошной линией — кривая аппроксимации.

![](_page_70_Figure_1.jpeg)

**Проверка модели**  $W_{\text{ДO1}}(s)$  на экспериментальных данных показана на рисунке 4.6.

Рис. 4.6. Проверка модели процесса.

### 4.3. Динамический алгоритм конечно-частотной идентификации

Алгоритм самонастройки регулятора использует идентификационный подход, при котором настройка состоит из двух этапов: идентификация объекта и синтез регулятора.

Для идентификации выбран динамический алгоритм конечно-частотной идентификации [76], поскольку внешние возмущения, действующие на объект, малы. Это позволяет значительно сократить время идентификации и провести идентификацию на участке 1 циклограммы (разогрев образца), мало влияющем на качество получаемого сверхтвёрдого материала.

В соответствии с данным подходом [39] записывается линеаризованная дискретная модель процесса  $W_{\text{ДO2}}$ :

$$P(k) + d_1 P(k-1) + d_2 P(k-2) = k_1 u(k-1) + k_2 u(k-2).$$
(4.3)

На время идентификации на объект подаётся испытательный сигнал

$$u(kh) = \rho_1 \sin(\omega_1 kh) + \rho_2 \sin(\omega_2 kh), \quad k = k_u, k_u + 1, k_u + 2, \dots,$$
(4.4)

где  $k_u$  соответствует началу идентификации.

Коэффициенты дискретной модели (4.3) находятся из выражения

$$\theta(N) = M^{-1}v,\tag{4.5}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} -P_1 S_1 & -P_2 S_1 & U_1 S_1 & U_2 S_1 \\ -P_1 C_1 & -P_2 C_1 & U_1 C_1 & U_2 C_1 \\ -P_1 S_2 & -P_2 S_2 & U_1 S_2 & U_2 S_2 \\ -P_1 C_2 & -P_2 C_2 & U_1 C_2 & U_2 C_2 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} P_0 S_1 \\ P_0 C_1 \\ P_0 S_2 \\ P_0 C_2 \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

$$P_{0} = \begin{bmatrix} P(k_{u}) & P(k_{u}+1) & \dots & P(k_{u}+N-1) \end{bmatrix}$$
(4.7)

$$P_{1} = \begin{bmatrix} P(k_{u} - 1) & P(k_{u}) & \dots & P(k_{u} + N - 2) \end{bmatrix}$$
(4.8)

$$P_{2} = \begin{bmatrix} P(k_{u} - 2) & P(k_{u} - 1) & \dots & P(k_{u} + N - 3) \end{bmatrix}$$
(4.9)

$$\begin{bmatrix} \dots \\ \sin(\omega_1(N-1)h) \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \dots \\ \sin(\omega_2(N-1)h) \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(\omega_1 h) \\ \cos(\omega_1 2h) \\ \dots \\ \cos(\omega_1(N-1)h) \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(\omega_2 h) \\ \cos(\omega_2 2h) \\ \dots \\ \cos(\omega_2(N-1)h) \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

$$N = 1, 2, 3, \ldots$$
 — номер такта идентификации,  $h$  — период дискретности.

Графики, иллюстрирующие процесс идентификации, приведены на рисунке 4.7.

![](_page_71_Figure_8.jpeg)

Рис. 4.7. Коэффициенты модели в процессе идентификации

где
В качестве рабочего варианта выбран метод динамической идентификации объекта (4.1), в соответствии с которым параметры линейной части

$$P(k) + d_1 P(k-1) = k_1 u(k-1)$$

находятся так же из выражения (4.5), в котором

$$\theta = \begin{bmatrix} d_1 \\ k_1 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} -P_1 S_1 & U_1 S_1 \\ -P_1 C_1 & U_1 C_1 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} P_0 S_1 \\ P_0 C_1 \end{bmatrix}, \quad (4.12)$$

а испытательный сигнал (4.4) содержит только первую гармонику.

# 4.4. Алгоритм ПИД/И регулятора установки по производству сверхтвёрдых материалов

Циклограмма показана на рисунке 4.8.



Рис. 4.8. Типичная циклограмма мощности

Циклограмма состоит из трёх фаз. Первая — разогрев, выход на рабочую мощность; мало влияет на качество получаемого материала. Вторая — рабочая фаза, в которой формируется сверхтвёрдый материал. Третья — заключительная, на которой снимается подводимая мощность и остужается образец.

Поскольку первая фаза позволяет в широких пределах отклоняться от программного движения, именно на этой фазе происходит этап идентификации.

Идентификация происходит в замкнутой системе с И–регулятором [ПИД-И]. Такой регулятор во-первых гарантирует устойчивость системы на множестве параметров объекта, во-вторых плавно отслеживает программное движение. К программному движению, заданному циклограммой, добавляется испытательный сигнал  $\rho_1 \sin(\omega_1 kh)$  с малой амплитудой, и на каждом такте оцениваются (4.5) параметры модели.

Выражение для И-регулятора имеет вид

$$u(t) = k_i \int_{t_0}^t e(t) dt$$

где

$$k_i < \frac{l_m}{\bar{k}_p}, \quad l_m = \inf_{\substack{\underline{\tau} \le \tau \le \bar{\tau} \\ \underline{T} \le T \le \bar{T}}} \frac{\omega_u}{\sin(\omega_u T)}$$

$$(4.13)$$

при условии

$$tg(\omega_u \tau) = \frac{1}{T\omega_u}, \quad 0 < \omega_u < \frac{\pi}{2\tau}.$$
(4.14)

Из многочисленных экспериментов были получены граничные значения коэффициентов модели (4.1), используемые для расчёта И–регулятора:  $\underline{T} = 0.02$ ,  $\overline{T} = 0.5$ ,  $\underline{\tau} = \overline{\tau} = 0.06$ ,  $\underline{k_p} = 103.5$ ,  $\bar{k_p} = 2764$ .

Расчёт дискретного ПИД–регулятора производится по методу внутренней модели [], в соответствии с которым модель (4.1) приводится к дискретному виду

$$W_p(z) = \frac{q_0 z^{-\tau_d}}{1 + p_0 z^{-1}},\tag{4.15}$$

где  $p_0 = -e^{-h/T}$ ,  $q_0 = k_p^{max} \cdot (1 - p_0)$ ,  $\tau_d = [\tau/h]$ , скобки [·] означают операцию взятия целой части. Значение  $k_p^{max}$  определяется как максимальное значение нелинейной зависимости  $k_p(P)$  в точке  $P^{max}$  каждой конкретной циклограммы. Для определения зависимости  $k_p(P)$  строится таблица, ставящая в соответствие установившуюся величину мощности P, выделяемую на образце, и коэффициент пропорциональности  $k_p$ , соответствующий данной мощности.

Зависимость  $k_p(P)$  с доверительной вероятностью 95% имеет вид

$$k_p(P) = -0.0001221P^2 + 0.7133P + 92.2.$$

Выражение дискретного ПИД-регулятора, построенного по модели (4.15), имеет вид

$$u(k) + p^{*}u(k-1) - (p^{*}+1)u(k-\tau_{d}) = \frac{p^{*}+1}{q_{0}}e(k) + \frac{p_{0}(p^{*}+1)}{q_{0}}e(k-1),$$

где  $e(k) = P^{\star}(k) - P(k), \quad k = 1, 2, 3, \ldots$  — ошибка слежения,  $p^{\star} = -e^{-h/\lambda}, \quad \lambda$  — желаемая постоянная времени замкнутой системы

$$W_{\text{жел.диск.}}(z) = \frac{(p^*+1)z^{-\tau_d}}{1+p^*z^{-1}}.$$



Рис. 4.9. Зависимость пропорционального коэффициента от мощности

# 4.5. Испытание $\Pi U \square / I I$ регулятора на прессе ДО138Б

График испытания с описанным выше ПИД/И–регулятором приведён на рисунке 4.10. Из рисунка наглядно видна эффективность разработанных алгоритмов.



Рис. 4.10. Испытание ПИД/И регулятора.

# 4.6. Реализация частотного адаптивного управления для контроллера Siemens S7-313C

Программируемые промышленные контроллеры широко применяются при управлении технологическими процессами. В мире достаточно широко распространены контроллеры Siemens серии S7. Для автонастройки ПИД-регулятора существует программное обеспечение Siemens PID Self-tuner [77].

#### 4.6.1. Алгоритм Siemens PID Self-tuner

Алгоритм автонастройки по этапам приведен на рисунке 4.11.

Настройка ПИД-регулятора состоит из четырёх этапов. На первом этапе управление объектом производится в ручном режиме (часто, например для тепловых процессов, объект находится в "холодном" состоянии).

На этапе 2 настройки, в течение которого обратная связь остаётся разомкнутой, на вход объекта поступает фиксированное значение управления. Программа автонастройки постоянно наблюдает значение выхода объекта y(t) и ищет точку перегиба ( $y_{\text{пер}}$ ,  $t_{\text{пер}}$ ,  $\dot{y}_{\text{пер}}$ ), то есть момент, когда переходная характеристика достигает максимальной крутизны.

По окончании второго этапа оценивается значение задержки Т<sub>U</sub>. Зная точку перегиба,



Рис. 4.11. Этапы настройки ПИД-регулятора по алгоритму PID Self-Tuner

модель процесса аппроксимируется выражением

$$W_{p1}(s) = \frac{K_{\mu}}{s(T_2 s + 1)}, \quad K_{\mu} = \frac{\dot{y}_{\text{пер}}}{\Delta y}, \quad T_2 = T_U = t_{\text{пер}} - t_0 - t_{\text{рост}},$$
$$t_{\text{рост}} = \frac{\Delta y}{\dot{y}_{\text{пер}}}, \quad \Delta y = y_{\text{пер}} - y_0,$$

имея которую синтезируется ПИ–регулятор на базе метода симметричного оптимума [78, стр. 263], в соответствии с которым коэффициенты регулятора находятся как

$$T_i = 4T_2, \quad K_p = \frac{T_i}{8T_2^2 K_{\rm H}}$$

Во избежание перерегулирования используются «ослабленные» настройки регулятора:

$$T_i = 10T_2, \quad K_p = \frac{T_i}{32T_2^2 K_{\mu}}.$$

При переходе на этап 3 объект замыкается с помощью отрицательной обратной связи. Переход на этап 4 означает, что выход объекта *у* пришел к уставке  $y_{sp}$ , что даёт возможность определить статический коэффициент усиления объекта

$$K = \frac{y_{\infty} - y_0}{u_{\infty} - u_0},$$

и следовательно, можно уточнить модель объекта:

$$W_p(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad T_1 > T_2.$$
(4.16)

Модель (4.16) действительна при следующем соотношении постоянных времени:

$$2 < \frac{T_1}{T_2} < 20,$$

ИЛИ

$$\frac{T_A}{T_U} > 9.64$$

где промежуток времени  $T_A$  определяется через точки пересечения касательной в точке перегиба с параллельными  $y(t) = y_0$  и  $y(t) = y_\infty$ . В противном случае принимается модель объекта *n*-го порядка

$$W_p = \frac{K}{(T_1 s + 1)^n}, \quad n > 2.$$

В литературе имеются таблицы для определения времени задержки и времени восстановления для такого типа моделей [79].

#### 4.6.2. Расчетные формулы частотного адаптивного управления

Вывод расчетных формул для идентификации объекта 2 порядка методом конечно-частотной идентификации

Объект имеет вид:

$$W_p(s) = \frac{k_1 s + k_0}{d_2 s^2 + d_1 s + 1}$$

Частотные уравнения примут вид:

$$\begin{cases} k_1 j \omega_1 + k_0 - (\alpha_1 + j\beta_1)(-d_2\omega_1^2 + d_1 j \omega_1) = \alpha_1 + j\beta_1, \\ k_1 j \omega_2 + k_0 - (\alpha_2 + j\beta_2)(-d_2\omega_2^2 + d_1 j \omega_2) = \alpha_2 + j\beta_2, \end{cases}$$

где  $\omega_1, \omega_2$  — частоты испытательного сигнала  $v(t) = \rho_1 sin(\omega_1 t) + \rho_2 sin(\omega_2 t)$ .

Решая последовательно данные уравнения, получим следующие выражения для нахождения коэффициентов объекта:

$$d_{1} = \frac{(\alpha_{1}\beta_{2}\omega_{1}^{3} - \alpha_{2}\beta_{1}\omega_{1}^{2}\omega_{2} - \alpha_{1}\beta_{2}\omega_{1}\omega_{2}^{2} + \alpha_{2}\beta_{1}\omega_{2}^{3})}{(\omega_{1}\omega_{2}(\alpha_{1}^{2}\omega_{1}^{2} - \alpha_{1}\alpha_{2}\omega_{1}^{2} - \alpha_{1}\alpha_{2}\omega_{2}^{2} + \alpha_{2}^{2}\omega_{2}^{2} + \beta_{1}^{2}\omega_{1}^{2} - 2\beta_{1}\beta_{2}\omega_{1}\omega_{2} + \beta_{2}^{2}\omega_{2}^{2}))}$$
(4.17)

$$d_2 = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2 - \beta_1 d_1 \omega_1 + \beta_2 d_1 \omega_2)}{(\alpha_1 \omega_1^2 - \alpha_2 \omega_2^2)}$$
(4.18)

$$k_1 = \frac{(-\beta_1 d_2 \omega_1^2 + \alpha_1 d_1 \omega_1 + \beta_1)}{\omega_1} \tag{4.19}$$

$$k_0 = -\alpha_1 d_2 \omega_1^2 - \beta_1 d_1 \omega_1 + \alpha_1 \tag{4.20}$$

Для нахождения коэффициентов ПИД-регулятора выберем метод внутренней модели, [68], в соответствии с которым расчётные формулы выводятся следующим образом. Объект имеет вид:

$$W_p(s) = \frac{K(Ts+1)}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{K(Ts+1)}{d_2s^2 + d_1s + 1}.$$
(4.21)

Замкнутая система выбирается в виде:

$$W_{\text{жел}}(s) = \frac{Ts+1}{(\lambda s+1)^2},$$
(4.22)

где  $\lambda$  — свободный параметр, определяющий быстродействие замкнутой системы. В соответствии с методом внутренней модели ПИД–регулятор определяется из следующего выражения:

$$W_c(s) = \frac{W_{\text{жел}}(s)}{W_p(s)(1 - W_{\text{жел}}(s))} = \frac{1}{T_f s + 1} K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right),$$
(4.23)

где  $T_f = \frac{\lambda^2}{2\lambda - T}$  — постоянная времени фильтра регулятора,  $K_p = \frac{d_1}{K(2\lambda - T)}$  — пропорциональный коэффициент,  $T_i = d_1$  — время интегрирования,  $T_d = d_2/d_1$  — время дифференцирования.

**ПИД–регулятор в дискретном виде.** Для получения формул по приведению непрерывного ПИД-регулятора (4.23) к дискретному виду, коэффициенты которого можно непосредственно рассчитать в контроллере в режиме реального времени, применим стандартный подход разложения передаточной функции

$$W_c(s) = \frac{1}{T_f s + 1} K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$
(4.24)

на простые дроби и применения к ним дискретного **Z**–преобразования. Такой подход позволяет реализовать как быстрый расчёт дискретного ПИД–регулятора без использования ресурсоёмких операций вычисления обратных матриц, так и работу самого ПИД–регулятора в режиме реального времени. Регулятор (4.24) раскладывается на простейшие дроби в соответствии с выражением

$$W_{c}(s) = \frac{K_{p}}{1+gs} + \frac{K_{p}}{T_{i}s} + \frac{-K_{p}g}{T_{i}(1+gs)} + \frac{K_{p}T_{d}s}{1+gs}$$

Проведя дискретизацию дробей, получаем дискретный регулятор:

$$W_c(z) = \frac{k_1 z^2 + k_2 z + k_3}{d_1 z^2 + d_2 z + d_3},$$
(4.25)

где

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{K_p T_d}{g}, \\ k_2 &= -K_p e^{-h/g} + K_p + \frac{K_p h}{T_i} + \frac{K_p}{T_i} g e^{-h/g} - \frac{K_p}{T_i} g - \frac{2K_p T_d}{g}, \\ k_3 &= K_p e^{-h/g} - K_p - \frac{K_p h}{T_i} e^{-h/g} - \frac{K_p}{T_i} g e^{-h/g} + \frac{K_p}{T_i} g + \frac{K_p T_d}{g}, \\ d_1 &= 1, \quad d_2 &= -1 - e^{-h/g}, \quad d_3 &= e^{-h/g}. \end{aligned}$$

#### 4.6.3. Алгоритм конечно-частотного адаптивного управления

- 1. подать испытательный сигнал;
- 2. идентифицировать объект по формулам (4.17)-(4.20);
- 3. рассчитать коэффициенты регулятора (4.25);
- 4. замкнуть объект найденным регулятором.

#### 4.6.4. Структура программного обеспечения для контроллера Siemens S7-313C

Основными отличительными особенностями контроллера S7-313С являются: микропроцессор: 6мкс на выполнение операции с плавающей точкой; загружаемая память в виде карты памяти NVFlash-EEPROM емкостью до 8 Мбайт, сохраняющая программы и данные; встроенный MPI интерфейс: программирование, диагностика, обслуживание; 4 аналоговых 12-битных входа для измерения сигналов напряжения или силы тока; 2 аналоговых 12-битных выхода; возможность построения ПИД-регуляторов с импульсными или аналоговыми выходными сигналами; рабочая память: RAM емкостью 32 Кбайт.

Аппаратная часть контроллера предоставляет в распоряжение программно-аппаратные прерывания с конфигурируемой частотой.

Программа пишется в фирменной интегрированной среде разработки Siemens TIA Portal v12, позволяющей как писать программы для нижнего уровня, так и реализовывать панели оператора для верхнего уровня (SCADA). Основная часть программы — подпрограмма прерывания, в которой выполняются все основные вычислительные действия.

Поскольку вычислительные формулы простые, нет необходимости разбивать программу на параллельные потоки. Алгоритм основного цикла программы приведен на рисунке 4.12.

Код программы написан на Паскале-подобном языке SCL, являющимся расширением языка ST для промышленных контроллеров стандарта IEC 1131.



Рис. 4.12. Блок-схема программы для контроллера Siemens

### 4.6.5. Экспериментальное исследование без внешнего возмущения

Модель объекта управления взята из статьи [77]:

$$W_p(s) = \frac{3}{(200s+1)(30s+1)}.$$

Эксперименты проводятся в отсутствие внешнего возмущения.

### Siemens PID Self-tuner



Рис. 4.13. Эксперимент №1 с регулятором Siemens PID Self-tuner

## ЧАР-ПИД-2S



Рис. 4.14. Эксперимент №1 с регулятором ЧАР-ПИД-2S

### 4.6.6. Экспериментальное исследование с внешним возмущением

В модель объекта вносится внешнее возмущение:

$$6000\ddot{y}(t) + 230\dot{y}(t) + y(t) = 3u(t) + f(t),$$
$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < t_1, \\ -2, & \text{при } t_1 < t < t_1 + 90, \\ 0, & \text{при } t \ge t_1 + 90, \end{cases}$$

где  $t_1$  – некоторый промежуток времени после начала настройки.

Соответствующие графики процесса приведены ниже:

## Siemens PID Self-tuner



Рис. 4.15. Эксперимент №2 с регулятором Siemens PID Self-tuner



## ЧАР-ПИД-2S

Рис. 4.16. Эксперимент №2 с регулятором ЧАР-ПИД-2S

## 4.7. Выводы к четвертой главе

- Внедрён ПИД/И регулятор в промышленный пресс производства сверхтвёрдых материалов.
- Проведены экспериментальные исследования с использованием промышленных контроллеров. Подтверждена эффективность разработанных регуляторов.
- Разработан адаптивный регулятор ЧАР-ПИД-2S для промышленного контроллера Siemens S7-313C, расширяющий область применимости адаптивного регулятора в сторону допустимых внешних возмущений. Проведены испытания, подтвердившие его эффективность.

# Заключение

В результате выполнения диссертационной работы получены следующие основные результаты и положения, выносимые на защиту:

- Разработаны алгоритмы частотного адаптивного ПИД-регулятора, обеспечивающие процесс адаптации в условиях интенсивных внешних возмущений. Эти алгоритмы реализованы в регуляторе ЧАР-ПИД-1 для промышленного контроллера WinCon W-8341.
   Экспериментальные исследования этого регулятора подтвердили его эффективность.
- 2. По известным ранее алгоритмам точностного адаптивного регулятора разработан адаптивный регулятор для промышленного контроллера WinCon W-8431. Проведены экспериментальные исследования и установлено влияние ЦАП и АЦП на точность идентификации.
- Предложен алгоритм адаптивного управления с учётом ЦАП и АЦП. Он основан на изменении структуры наблюдателя и функционала оптимизации, отличающегося от известного наличием большего числа членов, имеющих аналог старших производных по управлению. Разработана теория наблюдателя для точностного адаптивного регулятора.
- 4. На основе разработанной теории реализован точностной адаптивный регулятор ЧАР-25 для промышленного контроллера WinCon W-8341. Проведены его экспериментальные исследования, подтвердившие эффективность предложенных алгоритмов.
- 5. Частотный адаптивный регулятор внедрён в установку по производству сверхтвёрдых материалов.

# Литература

- 1. Александров А. Г., Паленов М. В., Резков И. Г. Адаптивный ПИД-регулятор ЧАР-ПИД-1 // Автоматизация в промышленности. — 2011. — № 9. — С. 58–61.
- Резков И. Г. Адаптивный регулятор для многорежимного объекта // Автоматика и телемеханика. — 2013. — № 5.
- Александров А. Г., Паленов М. В., Резков И. Г. Частотный адаптивный ПИД-регулятор: ЧАР-ПИД-W1 // Материалы 33 Международного семинара-презентации и выставки. — Москва : ИПУ РАН, 2009. — Июнь. — С. 68–76. — CD-ROM ISBN-978-5-91450-029-7.
- 4. Александров А. Г., Паленов М. В., Резков И. Г. Алгоритм частотного адаптивного ПИДрегулятора. // Материалы 3-й Научной конференции по автоматизации в промышленности. — Москва : ИПУ РАН, 2009. — Июнь. — С. 49–58. — CD-ROM ISBN-978-5-91450-030-3.
- 5. Паленов М. В., Резков И. Г., Фёдоров А. С. Частотный адаптивный ПИД-регулятор. // Проблемы управления, передачи и обработки информации — АТМ-ТКИ-50: сб. трудов Международ. науч. конф. / Под ред. А.Г. Александрова и М.Ф. Степанова. — Саратов : Сарат. гос. техн. ун-т, 2009. — С. 97–101. — ISBN 978-5-7433-2107-0.
- Резков И. Г. Частотный адаптивный пид-регулятор: экспериментальные исследования // Труды Первой традиционной всероссийской молодежной летней школы "Управление, информация и оптимизация". — М. : ИПУ РАН, 2009. — С. 140–146. — ISBN 978-5-91450-049-5.
- 7. Резков И. Г. Частотно-адаптивный регулятор: синтез регулятора // Труды второй Российской конференции с международным участием «Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения» (УКИ-10). — М., 2010. — С. 976–987.
- 8. Резков И. Г., Паленов М. В. Адаптивный регулятор // Материалы докладов XII конференции молодых ученых «Навигация и управление движением». — Санкт-Петербург, 2010. — С. 203–209.
- 9. Резков И. Г. Адаптивный регулятор для многорежимного объекта // Управление, информация и оптимизация: материалы Всероссийской научной школы. — Воронеж : ИПЦ "Научная книга", 2011. — С. 228–229. — ISBN 978-5-904786-96-0.
- Резков И. Г. Синтез точностного регулятора для объекта третьего порядка в составе адаптивного управления // Управление большими системами: материалы X Всероссийской школы-конференции молодых ученых. / Уфимск. гос. авиац. тех. ун-т. — Т. 1. — Уфа : УГАТУ, 2013. — С. 86–89. — ISBN 978-5-4221-0447-5.
- 11. Александров А. Г., Паленов М. В., Резков И. Г. Адаптивный регулятор для процесса синтеза сверхтвердых материалов // Тезисы докладов международной научно-практической конференции "Передовые информационные технологии, средства и системы автоматизации и их внедрение на Российских предприятиях". — М. : ИПУ РАН, 2011.

- 12. Александров А. Г., Резков И. Г., Шатов Д. В. Адаптивный регулятор двумерного объекта: экспериментальные исследования // Сборник трудов II Международной научной конференции «Проблемы управления, обработки и передачи информации ATM-2011». Саратов, 2011. октябрь. С. 16–21.
- 13. Резков И. Г. Реализация частотного адаптивного регулятора на контроллере SIEMENS S7-313C // Проблемы управления, обработки и передачи информации (ATM-2013): сб. тр. III Междунар. науч. конф.: в 2 т. / под ред. А.А. Львова и М.С. Светлова. — Т. 1. — Саратов : Издательский дом «Райт-Экспо», 2013. — С. 55–57.
- Резков И. Г., Александров А. Г. Адаптивный регулятор ЧАР-25 для Контроллера WinCon: Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013614329 РФ; Зарег. 29.04.2013. — 2013.
- 15. Åström K. J., Hägglund T. Advanced PID control. ISA The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.
- 16. Ang K. H., Chong G. C. Y., Li Y. PID control system analysis, design, and technology // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2005. Vol. 13, no. 4. P. 559–576.
- Денисенко В. В. Непараметрическая модель объекта управления в ПИД регуляторах с автоматической настройкой. // Приборы и системы, управление, контроль, диагностика. 2009. № 6.
- Бажанов В. Л., Вайшанарас А. В. Программа «ММ-настройка» для определения параметров ПИД-регуляторов по методу масштабирования // Автоматизация в промышленности. — 2007. — № 6.
- Александров А. Г. Адаптивное управление объектом с запаздыванием // Труды IX Международной Четаевской конференции "Аналитическая механика, устойчивость и управление движением", посвященной 105 - летию Н.Г. Четаева. — Т. 3. — Иркутск : Управление и оптимизация, 2007. — С. 6–13.
- 20. Ротач В. Я. Адаптация систем управления при совместном использовании точечных и интервальных алгоритмов // Автоматизация в промышленности. 2008. № 12. С. 16–19.
- Ротач В. Я., Кузищин В. Ф., Петров С. В. Алгоритмы и программы расчетов настройки ПИ и ПИД регуляторов по переходным характеристикам системы // Автоматизация в промышленности. — 2009. — № 12. — С. 12–16. — http://elibrary.ru/item.asp?id=12957703.
- 22. Ротач В. Я. Теория автоматического управления. М. : Издательство МЭИ, 2008.
- 23. Ротач В. Я. Настройка регуляторов модифицированным методом Циглера-Николса // Промышленные АСУ и контроллеры. 2008. № 2. С. 38–42.

- 24. Мазуров В. М., Литюга А. В., Спицын А. В. Развитие технологий адаптивного управления в SCADA системе TRACE MODE. // Приборы и системы, управление, контроль, диагностика. 2002. № 1.
- 25. Адаптивный ПИД-регулятор / А. М. Шубладзе, С. В. Гуляев, В. Р. Малахов, В. Р. Ольшванг // Датчики и системы. — 2008. — № 1.
- 26. Шубладзе А. М., Кузнецов С. И. Автоматически настраивающиеся промышленные ПИ и ПИД регуляторы // Автоматизация в промышленности. 2007. № 2.
- Ротач В. Я., Кузищин В. Ф., Клюев А. С. и др. Автоматизация настройки систем управления / Под ред. В.Я. Ротача. — М. : Энергоатомиздат, 1984.
- 28. Maxwell J.C., Society Royal. On Governors. 1868. URL: http://books.google.ru/ books?id=UpUyHQAACAAJ.
- 29. Вышнеградский И. А. О регуляторах прямого действия // Известия СПб. Практического Технологического Института. 1877. Т. 1. С. 21–62.
- 30. Callender A., Hartree D. R., Porter A. Time-Lag in a Control System // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. 1936. Vol. 235, no. 756. P. 415–444. http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/235/756/415.full.pdf+html.
- Ziegler J. G., Nichols N. B. Optimum Settings for Automatic Controllers // Transactions of the A.S.M.E. - 1942. - Vol. 64. - P. 759-768.
- 32. Ziegler J. G., Nichols N. B. Process Lags in Automatic-Control Circuits // Transactions of the A.S.M.E. 1943. Vol. 65, no. 5. P. 433-440.
- Мазуров В. М., Спицын А. В. Цифровые ПИД регуляторы с непрерывной частотной адаптацией // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2001. № 5. С. 32–34.
- 34. Шубладзе А. М. Методика расчета оптимальных по степени устойчивости Пи-законов управления // Автоматика и телемеханика. 1987. № 4.
- 35. Шубладзе А. М. Достаточные условия экстремума в системах максимальной степени устойчивости // Автоматика и телемеханика. — 1997. — № 3.
- 36. Оптимальные по степени устойчивости системы управления динамическими объектами / С. В. Гуляев, Т. И. Черепова, А. А. Шубладзе, А. М. Шубладзе // Проблемы управления. — 2003. — № 3.
- 37. Шубладзе А. М., Гуляев С. В., Шубладзе А. А. Адаптивные автоматические настраивающиеся ПИД-регуляторы // Промышленные АСУ и контроллеры. 2003. № 6.
- Александров А. Г., Паленов М. В. Самонастраивающийся ПИД/И регулятор // Автоматика и телемеханика. 2011. № 10. С. 4–18.

- Паленов М. В. Адаптивные ПИД-регуляторы с конечно-частотной идентификацией : Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / М. В. Паленов ; ИПУ РАН. — М., 2011.
- 40. Паленов М. В. Частотный адаптивный ПИДД-регулятор // Проблемы управления. 2011. № 1. С. 14–20.
- 41. Александров А. Г., Хомутов Д. А. Повышение точности систем с ПИД-регуляторами при внешнем возмущении // Проблемы управления. 2010. № 1. С. 64–70.
- 42. Sun J., Ioannou P. Robust adaptive LQ control schemes // IEEE Trans. Automat. Control. 1992. Vol. AC-37, no. 1. P. 100–106.
- 43. Radenkovic M. S., Michel A. N. Robust adaptive systems and self stabilization // IEEE Trans. Automat. Control. — 1992. — Vol. AC-37, no. 9. — P. 1355–1369.
- 44. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М. : Наука, 1990.
- 45. Якубович В. А. Рекуррентные конечно-сходящиеся алгоритмы решения систем неравенств // Доклады АН СССР. — 1966. — Т. 166, № 6. — С. 1308–1311.
- 46. Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. А. Адаптивное управление динамическими объектами. М. : Наука, 1981.
- 47. Соколов В. Ф. Адаптивное робастное управление с гарантированным результатом в условиях ограниченных возмущений // АиТ. 1994. Т. 55, № 2. С. 121–131.
- 48. Соколов В. Ф. Адаптивное робастное управление дискретным скалярным объектом в  $l_1$ -постановке // АиТ. 1998. Т. 59, № 3. С. 107–131.
- 49. Lilly J. H. Adaptive state regulation in the presence of disturbances of known frequency range // IEEE Trans. Automat. Control. 1998. Vol. AC-43, no. 7.
- 50. Александров А. Г. Частотное адаптивное управление устойчивым объектом при неизвестном ограниченном возмущении // АиТ. 2000. № 4. С. 106–116.
- 51. Александров А. Г. Адаптивное управление на основе идентификации частотных характеристик // Известия РАН. Теория и системы управления. 1995. № 2. С. 63–71.
- 52. Трефилов П. А. Частотный адаптивный регулятор ЧАР-1. // Аналитические методы синтеза регуляторов. Межвузовский научный сборник. Саратов : Саратовский политехнический институт, 1984. — С. 36–43.
- 53. Александров А. Г. Конечно-частотная идентификация: границы частот испыта- тельного сигнала // АиТ. 2001. Т. 62, № 11. С. 3–14.
- 54. Александров А. Г. Адаптивное управление с эталонной моделью при внешних возмущениях // АиТ. — 2004. — № 5. — С. 77–90.

- 55. Александров А. Г. Сравнение двух методов идентификации при неизвестных ограниченных возмущениях // АиТ. — 2005. — № 10. — С. 128–147.
- 56. Александров А. Г. Частотный алгоритм адаптивного управления // Аналитические методы синтеза регуляторов. Межвузовский научный сборник. Саратов : Саратовский политехнический институт, 1984. С. 8–13.
- 57. Трефилов П. А. О выборе испытательных воздействий в частотном адаптивном регуляторе // Аналитические методы синтеза регуляторов. Межвузовский научный сборник. Саратов : Саратовский политехнический институт, 1985. С. 60–69.
- 58. Трефилов П. А., Шмыков И. Г. Исследование двух способов адаптивного управления // Аналитические методы синтеза регуляторов. Межвузовский научный сборник. — Саратов : Саратовский политехнический институт, 1985. — С. 82–92.
- 59. Сперанский К. Р. Экспериментальное исследование частотного адаптивного регулятора «ЧАР-5» // Частотное управление. Научные труды. / Под ред. Александрова А. Г. — Московский институт стали и сплавов, 1994. — С. 99–122.
- 60. Александров А. Г. Конечно-частотные критерии устойчивости систем с неопределенными параметрами // АиТ. 1988. № 7. С. 26–37.
- Александров А. Г., Орлов Ю. Ф. Проблемы реализации частотного адаптивного регулятора // Частотное управление. Научные труды. / Под ред. Александрова А. Г. Московский институт стали и сплавов, 1994. С. 123–133.
- Александров А. Г., Богачёв А. С. Частотный адаптивный регулятор // Материалы III международной научно-технической конференции «Микропроцессорные системы автоматики». — г. Новосибирск, 1996.
- 63. Александров А. Г. Конечная частотная идентификация: самонастройка испытательного сигнала // Сб. научных трудов «Робастное управление и частотная идентификация». — Электросталь : ЭПИ МИСиС, 2004. — С. 67–97.
- 64. Alexandrov A. G. Finite-frequency identifacation: selftunung of test signal // 16th world congress of IFAC / IFAC. Praha, 2005. Preprints.
- 65. Alexandrov A. G., Orlov Ju. F. Frequency adaptive control of multivariable plants // 15th world congress of IFAC / IFAC. Barcelona, 2002. 2002. Preprints.
- 66. Александров А. Г., Кариков Д. Г., Курицына Е. Ю. Частотный адаптивный регулятор с заданным интервалом дискретности // Труды международной конференции "Идентификация систем и задачи управления". — Москва : ИПУ, 2007. — С. 655–668. — ISBN 5-201-14992-8.
- 67. Александров А. Г., Кариков Д. Г. Частотный адаптивный регулятор ЧАР-21 // Труды международной конференции "Идентификация систем и задачи управления" / ИПУ РАН. — Москва, 2006. — С. 2361–2381. — CD-ROM, ISBN 5-201-14984-7.

- Visioli A. Improving the load disturbance rejection perfomance of IMC-tuned PID Controllers // 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain. — IFAC, 2002.
- Dahlin E. B. Designing and tuning digital controllers. // Instruments and Control Systems. 1968. – June. – Vol. 41. – P. 77–83.
- 70. Rivera D.E., M. Morari, S. Skogestad. Internal Model Control. 4. PID Controller Design // Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. - 1986. - Vol. 25. - P. 252-265.
- 71. ICP DAS Co. W-8x4x Hardware Specification. 2013. URL: http://www.icpdas. com/products/PAC/wincon-8000/8x4x\_hardware\_specification.htm (дата обращения: 07.05.2013).
- 72. Diamond Systems Corporation. Athena I: High-Performance Rugged Embedded CPU with Data Acquisition. 2013. URL: http://www.diamondsystems.com/products/athena (дата обращения: 07.05.2013).
- 73. Alexandrov A., Khomutov D. Frequency adaptive controller: experimental investigations // Proceedings of the Tenth IASTED International Conference May 26-28, 2008. — Quebec, Canada : Quebec City, 2008. — P. 96–101. — ISBN 978-0-88986-746-8.
- 74. Александров А. Г. Синтез регуляторов многомерных систем. М. : Машиностроение, 1986.
- 75. Бесекерский В. А. Цифровые автоматические системы. М. : Наука, 1976.
- 76. Александров А. Г., Орлов Ю. Ф. Конечно-частотная идентификация: динамический алгоритм // Проблемы управления. 2009. № 4. С. 2–8.
- 77. Pfeiffer Bernd-Markus. Towards 'plug and control': self-tuning temperature controller for PLC // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. — 2000. — Vol. 14, no. 5. — P. 519–532.
- 78. Isermann R., Lachmann K.H., Matko D. Adaptive Control Systems. Prentice-Hall international series in systems and control engineering. Prentice Hall, 1992. ISBN: 9780131374560. URL: http://books.google.ru/books?id=yNorIgAACAAJ.
- 79. Fröhr F., Orttenburger F. Introduction to electronic control engineering. Siemens, 1982. ISBN: 9783800913404. URL: http://books.google.ru/books?id=0Fh5AAAAIAAJ.

## Приложение

Исх. № 11-06-04-290 OT Of Lecere 20112

#### АКТ о внедрении результатов диссертационной работы Резкова Ильи Геннадьевича

Федеральное государственное учреждение «Технологический институт сверхтвердых и новых углеродных материалов» (ФГУ ТИСНУМ) проводит работы по созданию конструкционных и функциональных наноструктурированных материалов с использованием установок высокого давления (горячего прессования) УРС-1 и УРС-2. Используются ячейки высокого давления с весьма разнообразными электрофизическими параметрами, изменяющимися в процессе термообработки (спекания). При этом весьма актуальной является необходимость максимально точного поддержания и заданного изменения мощности электрического нагрева обрабатываемого образца.

Предложенный Резковым И.Г.. в диссертационной работе алгоритм адаптивного управления реализован в части программы управления установки УРС-2 на базе гидравлического пресса ДО138Б, отвечающей за процесс нагрева обрабатываемого образца пропусканием электрического тока.

Испытания предложенного алгоритма, проведенные при мощностях нагрева от 1000 до 4000 Вт, показали, что отклонение параметров идентификации не превышает 30%-50%; точность поддержания и изменения заданной мощности улучшена на 20%

Предложенный алгоритм позволяет исключить предварительную настройку параметров системы управления нагревом и демонстрирует повышение качества управления. Перспективным является продолжение работ и дополнительных исследований в целях обеспечения необходимой надежности и стабильности в критических условиях эксплуатации (наличия разнообразных помех, нестабильности сети питания и т.п.).

Бланк В.Д. Директор ФГУ ТИСНУМ, Д. ... Зав. отделом, к.т.н. Перфилов С.А. Главный технолог Шишкин В.А. Ломакин Р.Л. .М.н.с.