АДАПЛАБ-ДИРЕКТИВА: ТОЧНОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В СИСТЕМАХ С ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ

А.Г. Александров
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная, 65
E-mail: alex7@ipu.rssi.ru

Ю.Ф. Орлов
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Россия, 119992, Москва, Ленинские горы

Ключевые слова: программное обеспечение, системы с эталонной моделью, идентификация, адаптивное управление, частотный подход.
Key words: software, systems with reference model, identification, adaptive control, frequency domain approach.

В работе описывается директива 512.1 «Адаптивное управление в системах с эталонной моделью при внешних возмущениях». Реализована она в пакете программ АДАПЛАБ. Приведен пример работы с пакетом.
ADAPLAB-DIRECTIVE: ACCURACY CONTROL IN SYSTEMS WITH REFERENCE MODEL / A.G. Alexandrov (Institute of Control Sciences, 65, Profsoyuznaya, Moscow, 117997, Russia, E-mail: alex7@ipu.rssi.ru), Yu.F. Orlov (Moscow State University, Leninskiye gory, Moscow, 119992, Russia). In the paper new directive 512.1 “Adaptive control in systems with reference model excited by external disturbance” is described. This is a package ADAPLAB realization. An example of the package application is given.

1. Введение

АДАПЛАБ – это пакет прикладных программ для персональных ЭВМ типа IBM PC (и совместимых с ней), предназначенный для моделирования процессов идентификации и адаптивного управления, а также определения настраиваемых параметров алгоритмов идентификации и адаптации по результатам моделирования.

Он предназначен для инженеров – разработчиков систем управления. Такой инженер (пользователь) указывает номер директивы (решающей его задачу), вводит по запросу ЭВМ необходимые данные и анализирует результаты.

Главное отличие АДАПЛАБ от аналогичных пакетов [1-3] состоит в учете неизвестных ограниченных внешних возмущений, действующих на объект управления.

Одним из основных подходов к идентификации и адаптивному управлению непрерывными объектами при ограниченных возмущениях является частотный подход [4]. Частотные алгоритмы доминируют в пакете.

Пакет программно реализован в виде директив, включающих в себя, в частности:

- Частотную идентификацию
- Идентификацию на основе метода наименьших квадратов
- Частотное адаптивное (модальное и точное) управление
- Адаптивное управление на основе метода наименьших квадратов
- Адаптивное управление с эталонной моделью

За время, прошедшее с предыдущей публикации [5], в пакете появилась новая директива 512.1 «Адаптивное управление в системах с эталонной моделью при внешних возмущениях». Реализована она на основе конечно-частотной идентификации, с использованием процедур [6], описанных в настоящей работе.

2. Класс решаемых директивой задач

Рассматривается полностью управляемый минимально-фазовый объект, описываемый дифференциальным уравнением

(1) $$y^{(n)} + d_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + d_1\dot{y} + d_0 y = k_p u^{(p)} + \cdots + k_1\dot{u} + k_0 u + f, \quad p < n, \quad t \ge t_0,$$

где $y(t)$, $u(t)$ и $f(t)$ – измеряемый выход объекта, управление и внешнее возмущение соответственно, $y^{(i)}$ и $u^{(j)}$ $\left(i = \overline{1, n},\ j = \overline{1, p}\right)$ – производные выхода и управления, d_i и k_j $\left(i = \overline{0, n-1},\ j = \overline{1, p}\right)$ – неизвестные числа, n и p – известны, возмущение $f(t)$ – ограниченная, неизмеряемая, полигармоническая функция

(2) $$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} f_i \sin\left(\omega_i^f t + \phi_i^f\right),$$

в которой ω_i^f и ϕ_i^f $\left(i = \overline{1, \infty}\right)$ – неизвестные частоты и фазы, а амплитуды f_i $\left(i = \overline{1, \infty}\right)$ – неизвестные числа, удовлетворяющие неравенству

(3) $$\sum_{i=1}^{\infty} |f_i| \le f^*,$$

где f^* – известное число.

Желаемый выход объекта – это измеряемый выход $y_m(t)$ эталонной модели, описываемой дифференциальным уравнением

(4) $$y_m^{(n_m)} + d_{m,n_m-1}y_m^{(n_m-1)} + \cdots + d_{m,1}\dot{y}_m + d_{m,0}y_m = k_{m,p_m}r^{(p_m)} + \cdots + k_{m,1}\dot{r} + k_{m,0}r, \quad p_m < n_m,$$

где $d_{m,i}$ и $k_{m,j}$ $\left(i = \overline{0, n_m - 1},\ j = \overline{0, p_m}\right)$ – известные числа, $r(t)$ – измеряемое задающее воздействие, которое также является ограниченной полигармонической функцией

(5) $$r(t) = \sum_{i=1}^{\infty} r_i \sin\left(\omega_i^r t + \phi_i^r\right),$$

в которой ω_i^r и ϕ_i^r $\left(i=\overline{1,\infty}\right)$ – неизвестные частоты и фазы, а амплитуды r_i $\left(i=\overline{1,\infty}\right)$ – неизвестные числа, удовлетворяющие неравенству

(6) $$\sum_{i=1}^{\infty}|r_i| \le r^*,$$

где r^* – известное число.

Цель управления $u(t)$ состоит в том, чтобы разность $e(t)=y(t)-y_m(t)$ выходов объекта (1) и эталонной модели (4) удовлетворяла, начиная с некоторого момента времени $t^*>t_0$, требованию

(7) $$|e(t)| \le e^* + \varepsilon(t^*), \quad t \ge t^*,$$

где e^* – заданное число, $\varepsilon(t^*)$ – зависящее от t^* число, модуль которого меньше e^*.

Управление $u(t)$ формируется регулятором, описываемым дифференциальным уравнением

(8) $$d_{c,n_c}u^{(n_c)}+\cdots+d_{c,1}\dot{u}+d_{c,0}u=k_{c,p_c}e^{(p_c)}+\cdots+k_{c,1}\dot{e}+k_{c,0}e, \quad p_c \le n_c, \quad t \ge t^*.$$

Реализованное в директиве 512 адаптивное управление позволяет по заданной границе f^* внешнего возмущения и r^* задающего воздействия найти регулятор (8) такой, чтобы, начиная с некоторого момента времени t^*, разность $e(t)$ выходов объекта и эталонной модели удовлетворяла требованию (7) к точности слежения.

3. Управление известным объектом

При известных коэффициентах d_i $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и k_j $\left(j=\overline{0,p},\ p=n-1\right)$ объекта (1), коэффициенты $d_{c,i}$ $\left(i=\overline{0,n_c}\right)$ и $k_{c,j}$ $\left(j=\overline{0,p_c}\right)$ регулятора (8) определяются [6] по следующему алгоритму:

1. Проверяется условие

   (9) $$\min_{0\le\omega<\infty}\frac{|d(j\omega)k_m(j\omega)|}{|d_m(j\omega)|} \ge \frac{f^*}{r^*},$$

   где $d(s)=s^n+\sum_{i=0}^{n-1}d_is^i$, $d_m(s)=s^{n_m}+\sum_{i=0}^{n_m-1}d_{m,i}s^i$ и $k_m(s)=\sum_{i=0}^{p_m}k_{m,i}s^i$.

2. При выполнении условия (9), коэффициенты регулятора (8) вычисляются (как коэффициенты следующих полиномов) из равенств

   (10) $$d_c(s)=k(s)d_m(s) \text{ и } k_c(s)=d(s)d_m(s)-\delta_1(s),$$

   где $d_c(s)=\sum_{i=0}^{n_c}d_{c,i}s^i$, $k_c(s)=\sum_{i=0}^{p_c}k_{c,i}s^i$, $k(s)=\sum_{i=0}^{p}k_is^i$, а $\delta_1(s)=s^{n+n_m}+\sum_{i=0}^{n+n_m-1}\delta_{1,i}s^i$ – гурвицев полином, который находится из тождества

(11) $\delta_1(-s)\delta_1(s) = d(-s)d(s)\left[d_m(-s)d_m(s) + q_{11}k_m(-s)k_m(s)\right]$,

в котором

(12) $q_{11} \geq \dfrac{4r^{*2}}{e^{*2}}$.

3. Если же условие (9) не выполняется, коэффициенты регулятора (8) вычисляются из равенств

(13) $d_c(s) = k(s)$ и $k_c(s) = d(s) - \delta_2(s)$,

где $\delta_2(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} \delta_{2,i} s^i$ – гурвицев полином, который находится из тождества

(14) $\delta_2(-s)\delta_2(s) = d(-s)d(s) + q_{22}$,

в котором

(15) $q_{22} \geq \dfrac{4f^{*2}}{e^{*2}}$.

Алгоритм синтеза регулятора (8) реализован в виде FORTRAN-подпрограммы

```
Reference Synthesis (d,k, dm,km, par, flag, dc,kc, delta)
```

где `d`, `k`, `dm`, `km`, `dc` и `kc` – параметры полиномов $d(s)$, $k(s)$, $d_m(s)$, $k_m(s)$, $d_c(s)$ и $k_c(s)$ соответственно; `par` – параметры: `par.f` – f^*, `par.r` – r^*, `par.e` – e^*, `par.q11` – q_{11}, `par.q22` – q_{22} и `par.omega` – ω_0 алгоритма синтеза, где ω_0 – начальная частота поиска минимума при проверке условия (9); `flag` – логическая переменная, фиксирующая истинность либо ложность выполнения условия (9); `delta` – факторизованный полином [$\delta_1(s)$ либо $\delta_2(s)$] системы.

Подпрограмма `Reference Synthesis` использует подпрограммы `Conjugate(x,y)` – построения: $y(s^2) = x(-s)x(s)$, `Factor(y,x)` – факторизации (разложения): $x(-s)x(s) = y(s^2)$ самосопряженного полинома, а также ряд стандартных подпрограмм-операций над полиномами из библиотеки `Ufort` пакета АДАПЛАБ.

4. Первый интервал адаптации

При неизвестных коэффициентах d_i $\left(i = \overline{0, n-1}\right)$ и k_j $\left(j = \overline{0, p}\right)$ объекта (1), для построения регулятора (8) применяется адаптивное управление, которое описывается уравнениями с кусочно-постоянными коэффициентами

(16) $d_{c,n_c}^{[\kappa]} u^{(n_c)} + \cdots + d_{c,1}^{[\kappa]} \dot{u} + d_{c,0}^{[\kappa]} u = k_{c,p_c}^{[\kappa]} e^{(p_c)} + \cdots + k_{c,1}^{[k]} \dot{e} + k_{c,0}^{[\kappa]} e + v,\ t_{\kappa-1} \leq t < t_\kappa,\ \kappa = \overline{1, N}$.

В этих уравнениях κ – номер интервала адаптации $\left(\kappa = \overline{1, N}\right)$, t_κ – момент окончания κ-го интервала, значение t_κ также как число N и коэффициенты $d_{c,i}^{[\kappa]}$ $\left(i=\overline{0,n_c}\right)$ и $k_{c,j}^{[\kappa]}$ $\left(j=\overline{0,p_c}\right)$ находятся в процессе адаптации, $v(t)$ – известный испытательный сигнал.

На первом интервале адаптации идентифицируется объект (1), по которому, затем, синтезируется регулятор (16) для второго интервала адаптации. Идентифицированный объект имеет вид

(17) $$y^{(n)}+d_{n-1}^{[1]}y^{(n-1)}+\cdots+d_1^{[1]}\dot{y}+d_0^{[1]}y=k_p^{[1]}u^{(p)}+\cdots+k_1^{[1]}\dot{u}+k_0^{[1]}u+f,\quad t\geq t_0,$$

с ошибками идентификации: $d_i^{[1]}-d_i$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и $k_j^{[1]}-k_j$ $\left(j=\overline{0,p}\right)$, а синтезированный регулятор, соответственно

(18) $$d_{c,n_c}^{[2]}u^{(n_c)}+\cdots+d_{c,1}^{[2]}\dot{u}+d_{c,0}^{[2]}u=k_{c,p_c}^{[2]}e^{(p_c)}+\cdots+k_{c,1}^{[2]}\dot{e}+k_{c,0}^{[2]}e+v,\quad t\geq t_1,$$

с ошибками синтеза: $d_{c,i}^{[2]}-d_{c,i}$ $\left(i=\overline{0,n_c}\right)$ и $k_{c,j}^{[2]}-k_{c,j}$ $\left(j=\overline{0,p_c}\right)$. Здесь $t_1=t_0+\tau$.

Для определения оценок коэффициентов d_i $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ и k_j $\left(j=\overline{0,p}\right)$ объекта (1), ко входу последнего прикладывается испытательный сигнал

(19) $$u(t)=\exp\lambda\left(t-t_0\right)\sum_{k=1}^{n}\rho_k\sin\omega_k\left(t-t_0\right),$$

где ρ_k и ω_k $\left(k=\overline{1,n}\right)$ – амплитуды и частоты испытательного воздействия а λ – коэффициент экспоненциального взвешивания – заданные числа, такие, что $\omega_k\neq 0$ $\left(k=\overline{1,n}\right)$, $\omega_i\neq\omega_j$ $(i\neq j)$, $\lambda=0$ при устойчивом объекте либо $\lambda>C_0\geq 0$ при неустойчивом, где $C_0=\max\{\mathrm{Re}[roots\,d(s)]\}$ – степень неустойчивости объекта (1).

Программно моделирование (решение дифференциального уравнения) в АДАПЛАБе осуществляется при помощи FORTRAN-программы

```
run ('analys1',
    'g1f3p34, 1, d, k, m, gen1, dist, dif, init, result')
```

согласно выбранной в директиве схеме: `g1f3p34`. Следующая за ней цифра `1` определяет форму описания объекта – непрерывная, «вход-выход». Сам объект $d(s)y=k(s)u+m(s)f$ задан параметрами `d`, `k` и `m` полиномов $d(s)$, $k(s)$ и $m(s)$. Далее перечисляются параметры `gen1` – генератора испытательного сигнала (19), `dist` – функции $f(t)$ внешнего возмущения, `dif` – дифференциального уравнения, `init` – начальных условий и `result` – результатов решения [столбцы значений t_i, $u(t_i)$ и $y(t_i)$].

Решение дифференциального уравнения по необходимости сопровождается построением графиков при помощи FORTRAN-подпрограммы `Plot('Имя Маски')` с единственным параметром – Именем Маски, определяющим атрибуты конкретного графика из соответствующей базы данных: `Plot.cfg` (программа построения графиков имеет удобный язык управления).

Выход $y(t)$ объекта, после умножения на $\exp\lambda\left(t_0-t\right)$ (экспоненциального взвешивания) подается ко входу фильтра Фурье [7], выходы которого дают оценки

$$(20)\quad \begin{aligned}\widehat{\alpha}_k &= \alpha_k(\tau) = \frac{2}{\rho_k \tau}\int_{t_F}^{t_F+\tau} y(t)\exp\lambda(t_0 - t)\sin\omega_k(t - t_0)\,dt \\ \widehat{\beta}_k &= \beta_k(\tau) = \frac{2}{\rho_k \tau}\int_{t_F}^{t_F+\tau} y(t)\exp\lambda(t_0 - t)\cos\omega_k(t - t_0)\,dt\end{aligned} \qquad k = \overline{1,n},$$

частотных параметров $\alpha_k = \operatorname{Re} w(s_k)$ и $\beta_k = \operatorname{Im} w(s_k)$ $\left(k = \overline{1,n}\right)$ [8] *объекта* (1), где $w(s) = \dfrac{k(s)}{d(s)}$ его передаточная функция, $s_k = \lambda + j\omega_k$ $\left(k = \overline{1,n}\right)$, t_F – момент начала и τ – время фильтрации – числа, принимающие значения: $\tau = qT_b$ $(q = 1,2,\ldots)$, $t_F = \tilde{q}T_b$, $\tilde{q}$ – заданное число, $T_b = \dfrac{2\pi}{\omega_b}$, $\omega_b = \min(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n)$.

Программно фильтр Фурье (20) реализован в виде FORTRAN-подпрограммы

```
Filter Fourier ('result', gen1, filt1, alpha beta)
```

вычисление интеграла в которой заменено суммой (метод прямоугольников) определенной параметрами фильтрации `filt1`, а результат фильтрации возвращается в виде набора `alpha beta` комплексных значений $\widehat{w}(s_k) = \widehat{\alpha}_k + j\widehat{\beta}_k$ $\left(k = \overline{1,n}\right)$.

Примечание 1 Поскольку сигнал с объекта снимается (и обрабатывается подпрограммой `Filter Fourier`) в дискретные моменты времени, испытательный сигнал (19) подается на объект (1) также дискретно.•

Оценки коэффициентов d_i $\left(i = \overline{0, n-1}\right)$ и k_j $\left(j = \overline{0, p}\right)$ объекта (1) определяются из решения системы частотных уравнений идентификации [9]

$$(21)\quad \begin{aligned}\sum_{i=0}^{p} \operatorname{Re} s_k^i \widehat{k}_i - \sum_{i=0}^{n-1}\left[\operatorname{Re} s_k^i \alpha_k(\tau) - \operatorname{Im} s_k^i \beta_k(\tau)\right]\widehat{d}_i &= \operatorname{Re} s_k^n \alpha_k(\tau) - \operatorname{Im} s_k^n \beta_k(\tau) \\ \sum_{i=0}^{p} \operatorname{Im} s_k^i \widehat{k}_i - \sum_{i=0}^{n-1}\left[\operatorname{Im} s_k^i \alpha_k(\tau) + \operatorname{Re} s_k^i \beta_k(\tau)\right]\widehat{d}_i &= \operatorname{Im} s_k^n \alpha_k(\tau) + \operatorname{Re} s_k^n \beta_k(\tau)\end{aligned} \qquad k = \overline{1,n}.$$

Реализована последняя в виде FORTRAN-подпрограммы

```
Frequency Identification
(alpha beta, s1, deg d, deg k, d ident, k ident)
```

где `s1` – набор комплексных значений s_k $\left(k = \overline{1,n}\right)$, `deg d` и `deg k` – предполагаемые степени полиномов $d(s)$ и $k(s)$, а `d ident` и `k ident` – результат идентификации в виде полиномов $\widehat{d}(s)$ и $\widehat{k}(s)$.

Решая для каждого $\tau = qT_b$ $(q = 1,2,\ldots)$ частотные уравнения (21), проверяем необходимые условия сходимости процесса идентификации

$$(22)\quad d_i(qT_b) \div d_i[(q-1)T_b] \le \varepsilon_d \quad i = \overline{0, n-1} \quad \text{и} \quad k_j(qT_b) \div k_j[(q-1)T_b] \le \varepsilon_k \quad j = \overline{0, p},$$

где ε_d и ε_k – достаточно малые заданные числа, а «$\div$» – символ отношения: $a \div b = |a - b| / |b|$ если $b \ne 0$ либо $a \div b = |a|$ если $b = 0$. Пусть в момент времени

$\tau^* = q^* T_b$ эти условия выполнились. Тогда $d_i^{[1]} = \widehat{d}_i = d_i(\tau^*)$ $\left(i = \overline{0, n-1}\right)$ и $k_j^{[1]} = \widehat{k}_j = k_j(\tau^*)$ $\left(j = \overline{0, p}\right)$.

Далее, по результатам идентификации определяются оценки: $d_{c,i}^{[2]} = \widehat{d}_{c,i}$ $\left(i = \overline{0, n_c}\right)$ и $k_{c,j}^{[2]} = \widehat{k}_{c,j}$ $\left(j = \overline{0, p_c}\right)$ коэффициентов регулятора (8). Для этой цели используется приведенный выше алгоритм, коэффициенты d_i $\left(i = \overline{0, n-1}\right)$ и k_j $\left(j = \overline{0, p}\right)$ которого заменяются их оценками: $d_i^{[1]}$ $\left(i = \overline{0, n-1}\right)$ и $k_j^{[1]}$ $\left(j = \overline{0, p}\right)$. Обращение к подпрограмме

```
Reference Synthesis (d ident, k ident, dm, km, par, flag,
dc synt, kc synt, delta assumed)
```

помимо синтезированных полиномов `dc synt`, `kc synt`, регулятора (18), формирует предполагаемый факторизованный полином `delta assumed` [равный $\delta_1^{[1]}(s)$ либо $\delta_2^{[1]}(s)$] системы (4), (17), (18) вида

(23) $\quad \widetilde{d}(s)e = \widetilde{k}(s)v + \widetilde{h}(s)r + \widetilde{m}(s)f$,

где $\widetilde{d}(s) = d_m(s)\left[d^{[1]}(s)d_c^{[2]}(s) - k^{[1]}(s)k_c^{[2]}(s)\right]$, $\widetilde{k}(s) = k^{[1]}(s)d_m(s)$, $\widetilde{h}(s) = -d^{[1]}(s)k_m(s)d_c^{[2]}(s)$ и $\widetilde{m}(s) = d_m(s)d_c^{[2]}(s)$. Объект здесь представлен полиномами $d^{[1]}(s)$ и $k^{[1]}(s)$ а регулятор – $d_c^{[2]}(s)$ и $k_c^{[2]}(s)$ соответственно. Обратный от предполагаемого факторизованного полинома `delta assumed` определяет передаточную функцию замкнутой системы: $\widetilde{w}(s) = 1/\delta_1^{[1]}(s)$ либо $\widetilde{w}(s) = 1/\delta_2^{[1]}(s)$ соответственно [с учетом (10) либо (13): $\widetilde{d}(s) = \widetilde{k}(s)\delta_1^{[1]}(s)$ либо $\widetilde{d}(s) = \widetilde{k}(s)\delta_2^{[1]}(s)$].

5. Второй интервал адаптации

Система (1), (4), (18) возбуждается испытательным сигналом

(24) $\quad v(t) = \sum_{k=1}^{\overline{n}} \overline{\rho}_k \sin \overline{\omega}_k \left(t - t_1\right),$

где $\overline{\rho}_k$ и $\overline{\omega}_k$ $\left(k = \overline{1, \overline{n}}\right)$ – амплитуды и частоты испытательного воздействия замкнутой системы – заданные числа (параметры генератора `gen2`), такие, что $\overline{\omega}_k \neq 0$ $\left(k = \overline{1, \overline{n}}\right)$, $\overline{\omega}_i \neq \overline{\omega}_j$ $\left(i \neq j\right)$, $\overline{n} = 1 + \operatorname{int}\left(\dfrac{n + n_m}{2}\right)$, где int – функция обнуления дробной части аргумента.

Динамический процесс замкнутой системы моделируется в директиве FORTRAN-программой `analys2` с регулятором (18) приведенным подпрограммой

```
IO con to Cauchy dis
     (dc synt, kc synt, one, discr, A, b1, b2, c, d1, d2)
```

к дискретной форме Коши

(25) $x(k+1) = A_c^{[2]}x(k) + b_{1c}^{[2]}e(k) + b_{2c}^{[2]}v(k), \quad u(k) = \left(c_c^{[2]}, x(k)\right) + d_{1c}^{[2]}e(k) + d_{2c}^{[2]}v(k)$.

Испытательный сигнал (24) прикладывается ко входу регулятора (25) также дискретно. Шаг дискретности (входящий в параметры дискретизации `discr` увязан с тактом обработки сигнала подпрограммой фильтра Фурье

```
Filter Fourier ('result', gen2, filt2, nu mu)
```

ко входу которого подается разность $e(t)$ выходов объекта (1) и эталонной модели (4). Выходы фильтра дают оценки

(26) $$\begin{aligned} \hat{\nu}_k &= \nu_k(\tau^{[2]}) = \frac{2}{\bar{\rho}_k \tau^{[2]}} \int_{t_1}^{t_1+\tau^{[2]}} e(t)\sin\bar{\omega}_k(t-t_1)dt \\ \hat{\mu}_k &= \mu_k(\tau^{[2]}) = \frac{2}{\bar{\rho}_k \tau^{[2]}} \int_{t_1}^{t_1+\tau^{[2]}} e(t)\cos\bar{\omega}_k(t-t_1)dt \end{aligned} \qquad k = \overline{1, n},$$

частотных параметров $\nu_k = \operatorname{Re}\bar{w}(\bar{s}_k)$ и $\mu_k = \operatorname{Im}\bar{w}(\bar{s}_k)$ $\left(k = \overline{1,n}\right)$ [8] *замкнутой системы*

(27) $\bar{d}(s)e = \bar{k}(s)v + \bar{h}(s)r + \bar{m}(s)f$,

с передаточной функцией $\bar{w}(s) = \bar{k}(s)/\bar{d}(s)$, где $\bar{d}(s) = d_m(s)\left[d(s)d_c^{[2]}(s) - k(s)k_c^{[2]}(s)\right]$, $\bar{k}(s) = k(s)d_m(s)$, $\bar{h}(s) = -d(s)k_m(s)d_c^{[2]}(s)$ и $\bar{m}(s) = d_m(s)d_c^{[2]}(s)$, $\bar{s}_k = j\bar{\omega}_k$ $\left(k = \overline{1,n}\right)$, а $\tau^{[2]} = \tau + K$ – время фильтрации, где K – заданное положительное число (его также можно определить экспериментально из необходимых условий [5] сходимости процесса идентификации).

Используя подпрограмму

```
Frequency Identification(nu mu,s2,deg,0,delta ident,zero)
```

где `deg=deg d+dm.deg` либо `deg=deg d` в зависимости от значения логической переменной `flag`, идентифицируем факторизованный полином `delta ident` системы (27) [равный $\hat{\delta}_1^{[1]}(s)$ либо $\hat{\delta}_2^{[1]}(s)$ соответственно].

Процесс адаптации считается завершенным, если выполняется условие близости предполагаемого и идентифицированного факторизованных полиномов системы

(28) $\delta_{1,i}^{[1]}\left(\tau^{[2]}\right) \div \delta_{1,i}^{[1]} \le \varepsilon_1 \quad i = \overline{0, n+n_m-1} \quad$ *либо* $\quad \delta_{2,j}^{[1]}\left(\tau^{[2]}\right) \div \delta_{2,j}^{[1]} \le \varepsilon_2 \quad j = \overline{0, n-1}$,

где ε_1 и ε_2 – достаточно малые заданные числа. Искомые коэффициенты регулятора (8), в этом случае, имеют вид: $d_{c,i} = d_{c,i}^{[2]}$ $\left(i = \overline{0, n_c}\right)$ и $k_{c,j} = k_{c,j}^{[2]}$ $\left(j = \overline{0, p_c}\right)$.

В противном случае [при нарушении условия близости (28)] выполняем указанные в статье [5] рекомендации. В частности, если система (27) асимптотически устойчива, реализованным в подпрограмме `Recalc Wy` пересчетом [7] по значениям $\hat{\nu}_k$ и $\hat{\mu}_k$ улучшаем оценки частотных параметров $\hat{\alpha}_k$ и $\hat{\beta}_k$ $\left(k = \overline{1,n}\right)$ объекта, полученные на первом интервале. Используя последние, находим оценки: $d_i^{[2]} = \widehat{d}_i \quad \left(i = \overline{0, n-1}\right)$ и $k_j^{[2]} = \widehat{k}_j \quad \left(j = \overline{0, p}\right)$ коэффициентов объекта (1) из решения системы частотных уравнений идентификации (21) [подпрограмма `Frequency Identification`], затем оценки: $d_{c,i}^{[3]} = \widehat{d}_{c,i} \ \left(i = \overline{0, n_c}\right)$ и $k_{c,j}^{[3]} = \widehat{k}_{c,j} \ \left(j = \overline{0, p_c}\right)$ коэффициентов регулятора (8) по приведенному выше алгоритму [подпрограмма `Reference Synthesis`}], и т.д..

По окончании процесса адаптации, в момент времени $t^* = t_N$, регулятор описывается уравнениями (8), в которых $d_{c,i} = d_{c,i}^{[N]} \quad \left(i = \overline{0, n_c}\right)$ и $k_{c,j} = k_{c,j}^{[N]} \left(j = \overline{0, p_c}\right)$.

6. Пример

6.1. Исходные данные и цель задания

Минимально-фазовый объект описывается уравнением

(29) $\ddot{y} + d_1\dot{y} + d_0 y = k_1\dot{u} + k_0 u + f$,

в котором d_1, d_0, k_1 и k_0 – неизвестные числа, $f(t)$ – полигармоническое возмущение вида (2), а сумма его амплитуд ограничена величиной $f^* = 5$.

Эталонная модель описывается уравнением

(30) $\ddot{y}_m + 5\dot{y}_m + 6y_m = \dot{r} + r$,

полигармонический сигнал вида (5) которой ограничен числом $r^* = 40$.

Требуется найти коэффициенты регулятора

(31) $d_{c,3}\dddot{u} + d_{c,2}\ddot{u} + d_{c,1}\dot{u} + d_{c,0}u = k_{c,3}\dddot{e} + k_{c,2}\ddot{e} + k_{c,1}\dot{e} + k_{c,0}e$,

обеспечивающего, начиная с некоторого момента времени t_N, выполнение требования

(32) $|y(t) - y_m(t)| \le 1, \quad t \ge t_N$,

к разности выходов объекта (29) и эталонной модели (30).

Примечание 2 Численные эксперименты, реализующие процессы идентификации и адаптации, осуществлялись на ПЭВМ с помощью пакета АДАПЛАБ. Значения

$$d_1 = 0,\ d_0 = -1 \text{ и } k_1 = 1,\ k_0 = 2,$$

коэффициентов объекта в этих экспериментах, а также

$$f(t) = 5\cos 4.6t \text{ и } r(t) = 20(\sin 2.5t + \sin 5t),$$

были взяты из статьи [11].•

Заметим также, что из структур уравнений (29), (30) объекта и эталонной модели следует выполнение неравенства (9) и поэтому находим по формуле (12) $q_{11} \ge 6400$.

6.2. Первый интервал адаптации

На первом интервале адаптации к объекту (29) приложим испытательный сигнал

$$u(t) = 0.1\exp 1.1t(\sin 2t + \sin 4t)$$

и в моменты времени $\tau = \sigma T \quad (\sigma = 1,2,\ldots)$, где $T = \dfrac{2\pi}{\omega_1} = 3.14$ с., измерим выходы фильтра Фурье (20). При этом, для каждого значения σ решим частотные уравнения (21) и проверим необходимые условия сходимости процесса идентификации

(33) $\quad d_i[(\sigma+1)T] \div d_i(\sigma T) \le \varepsilon_d = 1.2 \quad и \quad k_i[(\sigma+1)T] \div k_i(\sigma T) \le \varepsilon_k = 1.2 \quad i = \overline{0,1}$.

Условия (33) выполнились при $\sigma = 2$, а соответствующие оценки коэффициентов объекта имели значения

(34) $\quad d_1^{[1]} = 0.49, \quad d_0^{[1]} = -5.98; \qquad k_1^{[1]} = 3.04, \quad k_0^{[1]} = -1.80$.

По алгоритму, приведенному в разделе 3, синтезируем регулятор (31)

(35) $\quad d_{c,3}^{[2]}\dddot{u} + d_{c,2}^{[2]}\ddot{u} + d_{c,1}^{[2]}\dot{u} + d_{c,0}^{[2]}u = k_{c,3}^{[2]}\dddot{e} + k_{c,2}^{[2]}\ddot{e} + k_{c,1}^{[2]}\dot{e} + k_{c,0}^{[2]}e$,

с $q_{11} = 100$ для второго интервала адаптации. Его коэффициенты имели значения

$$d_{c,3}^{[2]} = 3.04, \quad d_{c,2}^{[2]} = 13.4, \quad d_{c,1}^{[2]} = 9.24, \quad d_{c,0}^{[2]} = -10.8;$$

$$k_{c,3}^{[2]} = -11.1, \quad k_{c,2}^{[2]} = -72.5, \quad k_{c,1}^{[2]} = -154.1, \quad k_{c,0}^{[2]} = -105.6.$$

Предполагаемый факторизованный полином системы (29, 34), (30), (35) имел вид:

(36) $\quad \delta_1^{[1]}(s) = s^4 + 16.6s^3 + 75s^2 + 127s + 70$.

6.3. Второй интервал адаптации

На втором интервале адаптации к системе (29), (30), (35) приложим испытательный сигнал

(37) $\quad v(t) = 10^3(\sin 2t + \sin 4t + \sin 6t)$

и в моменты времени $\tau = \sigma\tilde{T} \quad (\delta = 1,2,\ldots)$, где $\tilde{T} = \dfrac{2\pi}{\tilde{\omega}_1} = 3.14$ с., измерим выходы фильтра Фурье (26). При этом, для каждого значения σ решим частотные уравнения

$$\begin{array}{l} \sum\limits_{i=0}^{3}\left[\operatorname{Re}\bar{s}_k^i\nu_k(\sigma\tilde{T}) - \operatorname{Im}\bar{s}_k^i\mu_k(\sigma\tilde{T})\right]\delta_{1,i}^{[1]}(\sigma\tilde{T}) = -\operatorname{Re}\bar{s}_k^4\nu_k(\sigma\tilde{T}) + \operatorname{Im}\bar{s}_k^4\mu_k(\sigma\tilde{T}) \\ \sum\limits_{i=0}^{3}\left[\operatorname{Im}\bar{s}_k^i\nu_k(\sigma\tilde{T}) + \operatorname{Re}\bar{s}_k^i\mu_k(\sigma\tilde{T})\right]\delta_{1,i}^{[1]}(\sigma\tilde{T}) = -\operatorname{Im}\bar{s}_k^4\nu_k(\sigma\tilde{T}) - \operatorname{Re}\bar{s}_k^4\mu_k(\sigma\tilde{T}) \end{array} \quad k = \overline{1,2}.$$

и проверим целевые условия (28):

(38) $\delta_{1,i}^{[1]}\left(\sigma\widetilde{T}\right) \div \delta_{1,i}^{[1]} \le \varepsilon_1 = 1.5, \quad i = \overline{0,3}$.

При $\sigma = 80$ идентифицированный факторизованный полином системы (29), (30), (35) имел вид

(39) $\widehat{\delta}_1^{[1]}(s) = s^4 + 6.2s^3 + 20s^2 + 49s + 32$,

и стало очевидно, что целевые условия (38) не выполняются и поэтому процесс адаптации должен продолжаться.

При $\sigma = 80$ оценки коэффициентов идентифицированного объекта имели значения

(40) $d_1^{[2]} = 0.157, \quad d_0^{[2]} = -1.23; \qquad k_1^{[2]} = 0.975, \quad k_0^{[2]} = 2.18$.

а синтезированного для третьего интервала адаптации (с $q_{11} = 7000$) регулятора, соответственно

$$d_{c,3}^{[3]} = 0.975, \quad d_{c,2}^{[3]} = 7.06, \quad d_{c,1}^{[3]} = 16.8, \quad d_{c,0}^{[3]} = 13.1;$$

$$k_{c,3}^{[3]} = -81.9, \quad k_{c,2}^{[3]} = -268, \quad k_{c,1}^{[3]} = -296, \quad k_{c,0}^{[3]} = -110.$$

Предполагаемый факторизованный полином системы (29,40), (30), (31, 41) имел вид:

(42) $\delta_1^{[2]}(s) = s^4 + 87.1s^3 + 274s^2 + 290s + 103$.

6.4. Третий интервал адаптации

На третьем интервале адаптации система (29), (30), (31, 41) возбуждалась испытательным сигналом (37) и при $\sigma = 80$ идентифицированный факторизованный полином системы имел вид

(43) $\widehat{\delta}_1^{[2]}(s) = s^4 + 46.6s^3 + 146s^2 + 151s + 58$.

Сравнивая коэффициенты полиномов (43) и (42) нетрудно видеть, что условие (28) их близости выполняется. Моделирование системы (29), (30), (31, 41) показало, что требование (32) к точности слежения также выполняется и следовательно искомый регулятор имеет вид (31, 41), где $v^{[3]} = 0$.

7. Список литературы

1. Overschee P.Van, Moor B.De, Aling H., Kosut R., Boyd S. A Fully Interactive Identification Module for Xmath // 10-th IFAC Symposium on System Identification. Preprints, Copenhagen, 1994, Vol. 4, P. 1.
2. Kollar I., Pintelon R., Schoukens J. Frequency domain system identification toolbox for MATLAB: a complex application example // 10-th IFAC Symposium on System Identification. Preprints, Copenhagen, 1994, Vol. 4, P. 23-28.
3. Szafnicki K., Gentil S. Toward a Knowledge-Based Training Tool for Identification with Benchmark // 10-th IFAC Symposium on System Identification. Preprints, Copenhagen, 1994, Vol. 2, P. 447-452.

4. Alexandrov A.G. Finite-Frequency Method of Identification // 10-th IFAC Symposium on System Identification. Preprints, Copenhagen, 1994, Vol. 2, P. 523-527.
5. Александров А.Г., Орлов Ю.Ф. Пакет программ АДАПЛАБ: новые возможности для моделирования процессов адаптации // Идентификация систем и задачи управления. SICPRO'03, М.: Институт проблем управления РАН, 2003, CD-ROM № ISBN 5-201-14948-0.
6. Александров А.Г. Адаптивное управление с эталонной моделью при внешнем возмущении (рукопись статьи).
7. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 688 с.
8. Александров А.Г. Метод частотных параметров // АиТ.1989. Т. 50. № 12. С. 3-15.
9. Орлов Ю.Ф. Способ конечно-частотной идентификации многомерного объекта // Идентификация систем и задачи управления. SICPRO’2000, М.: Институт проблем управления РАН, 2000, CD-ROM № ISBN 5-201-09605-0, С. 237-244.
10. Александров А.Г. Частотное адаптивное управление устойчивым объектом при неизвестном ограниченном возмущении // АиТ. 2000. Т. 61. № 4. С. 106-116.
11. Narendra K.C., Annaswamy F.M. Robust Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbance // IEEE Trans. Autom. Control. 1986. V. AC-31. No 4.