Структурные аспекты теории автоматического управления.

Александров А.Г.
Институт проблем управления РАН, alex7@ipu.ru

1. Введение.

Для развития теории автоматического управления представляет интерес классификации ее результатов и, в частности, выделение результатов фундаментальных исследований, к которым, в соответствии с определением ЮНЕСКО, относятся исследования, направленные на открытие законов природы, установление отношений между явлениями и объектами реальной действительности.

Такая классификация зависит от выбора понятий целей управления, так как они являются первичными понятиями, а управление – это средство их достижения.

Концепция программного и стабилизирующего управлений позволяет дать содержательное определение целей управления: установившейся ошибки, перерегулирования и времени регулирования. Первые характеризуют отклонения истинного движения от программного, а последнее - длительность этого отклонения. Кроме того, эта концепция приводит (в силу малых отклонений выхода объекта от программного) к линейной модели объекта управления. Приводимая ниже классификация исходит из этих целей и модели объекта управления.

Содержание теории автоматического управления представляется в форме четырех групп (категорий): закономерности, принципы и концепции, методы построения алгоритмов управления, специальные математические методы. Содержание каждой категории не является исчерпывающим и отнесенные к ней факты во многом служат для описания ее понятия.

Для простоты рассматриваются одномерные системы (их объекты имеют один измеряемый выход и один измеряемый вход). Так как классифицируются известные факты теории автоматического управления, цитируемая литература ограничена учебниками и монографиями [1]–[5], где имеются ссылки на первоисточники этих фактов.

2.Модели объекта и цели управления.

Рассмотрим объект управления, описываемый уравнением

$$d_{n_1}y^{(n_1)}+d_{n_1-1}y^{(n_1-1)}+\ldots+d_n(1+\delta_n)y^{(n)}+\ldots+d_1(1+\delta_1)\dot y+d_0(1+\delta_0)y=$$
$$=k_{m_1}u^{(m_1)}+\ldots+k_m(1+\delta_{n+m+2})u^{(m)}+\ldots+k_1(1+\delta_{n+2})\dot u+k_0(1+\delta_{n+1})u+f,\quad(1)$$
$$m_1<n_1,$$

где $y(t)$ и $u(t)$ – измеряемые выход и управление, $f(t)$ – неизвестное ограниченное внешнее возмущение, d_i, k_j $(i=0,\ldots,n,\ j=0,\ldots,m)$, n и m – известные числа (зависящие, как будет показано ниже, от целей управления); d_i, k_j $(i=n+1,\ldots,n_1$, $j=m+1,\ldots,m_1)$, $n_1>n$, $m_1>m$ – неизвестные числа, характеризующие структурную неопределенность объекта, которые называют также немоделируемой динамикой; δ_i $(i=0,\ldots,n+m+2)$ – неизвестные числа, характеризующие параметрическую неопределенность, удовлетворяющие неравенствам:

$$\left|\delta_i\right| \le \delta_i^* \ \ (i = 0,\ldots, n+m+2)\,, \qquad (2)$$

где δ_i^* $(i = 0,\ldots, n+m+2)$ – заданные числа.

Будем называть рабочей (идеализированной) моделью объекта уравнение

$$d_n y^{(n)} + \ldots + d_1 \dot{y} + d_0 y = k_m u^{(m)} + \ldots + k_0 u + f,\ \ m < n\,, \qquad (3)$$

которое описывает один объект из множества объектов описываемых уравнением (1). Для характеристики структурной неопределенности преобразуем уравнение (1) по Лапласу при нулевых начальных условиях и при $\delta_i = 0$ $(i = 0,\ldots, n+m+2)$ представим передаточную функцию объекта как:

$$w_0(s) = \frac{\bar{k}(s)k(s)}{\bar{d}(s)d(s)} = \frac{\sum\limits_{i=0}^{m_1} k_i s^i}{\sum\limits_{i=0}^{n_1} d_i s^i} \qquad (4)$$

где $d(s) = \sum\limits_{i=0}^{n} d_i s^i,\ k(s) = \sum\limits_{i=0}^{m} k_i s^i,\ \bar{d}(s) = \sum\limits_{i=0}^{n_1-n} \bar{d}_i s^i,\ \bar{k}(s) = \sum\limits_{i=0}^{m_1-m} \bar{k}_i s^i$

Упорядочим модули корней этих полиномов

$$\begin{aligned} &\left|s_1^d\right| \le \left|s_2^d\right| \le \ldots \le \left|s_n^d\right|,\ \left|s_1^k\right| \le \left|s_2^k\right| \le \ldots \le \left|s_m^k\right|, \\ &\left|\bar{s}_1^d\right| \le \left|\bar{s}_2^d\right| \le \ldots \le \left|\bar{s}_{n_1-n}^d\right|,\ \left|\bar{s}_1^k\right| \le \left|\bar{s}_2^k\right| \le \ldots \le \left|\bar{s}_{m_1-m}^k\right| \end{aligned} \qquad (5)$$

Корни полиномов $\bar{k}(s)$ и $\bar{d}(s)$ немоделируемой динамики и корни полиномов $k(s)$ и $d(s)$ рабочей модели обычно удовлетворяют неравенствам

$$\left|\bar{s}_1^d\right| > \alpha\left|s_n^d\right|,\ \left|\bar{s}_1^k\right| > \alpha\left|s_n^d\right| \qquad (6)$$

где $\alpha > 1$, и кроме того, корни полинома $\bar{d}(s)$ – устойчивые (их вещественные части – отрицательны).

Управление является средством достижения требуемых свойств выхода объекта: величин установившейся ошибки ($y_{\text{уст}}$), времени регулирования ($t_{\text{рег}}$) и перерегулирования (σ), и таким образом, цели управления описываются неравенствами:

$$y_{уст} \le y_{уст}^* \qquad (7)$$

$$t_{рег} \le t_{рег}^* \qquad (8)$$

$$\sigma \le \sigma^* \qquad (9)$$

где $y_{уст}^*$, $t_{рег}^*$ и σ^* – заданные числа

3. Алгоритм управления

Простейший алгоритм управления состоит в решении уравнения с постоянными коэффициентами:

$$g_{n_p} u^{(n_p)} + \ldots + g_1 \dot{u} + g_0 u = r_{m_p} y^{(m_p)} + \ldots + r_1 \dot{y} + r_0 y,\ \ m_p \le n_p \qquad (10)$$

Это уравнение решается регулятором в процессе работы объекта (1), выход которого поступает на вход регулятора (10). При этом должны выполняться технические ограничения на его вход и выход:

$$\left|y(t)\right| \le y_H, \ \left|u(t)\right| \le u_H \qquad (11)$$

где y_H и u_H – заданные числа, определяемые насыщением измерительных и исполнительных устройств регулятора.

Регулятор строится исходя из рабочей модели (3) и целей управления (7) – (9). Структурная и параметрическая неопределенности могут приводить к тому, что цели (7) – (9) не реализуются и, более того, система (1), (10) может оказаться неустойчивой.

Влияния структурной неопределенности мало, если выполняются неравенства

$$\left|\bar{s}_1^d\right| > \beta\omega_{ср}, \ \left|\bar{s}_1^k\right| > \beta\omega_{ср} \qquad (12)$$

где $\omega_{ср}$ – частота среза системы (3), (10), которая является наибольшей из частот $\omega_i \ (i=1,\dots,q)$, определяемых как

$$\left|\frac{k(j\omega_i)}{d(j\omega_i)}\frac{r(j\omega_i)}{g(j\omega_i)}\right| = 1, \quad (i=1,\dots,q) \qquad (13)$$

где

$r(s) = r_{m_p}s^{m_p} + \dots + r_0, \quad g(s) = g_{n_p}s^{n_p} + \dots + g_0$, а $\beta > 1$ определяется так, чтобы выполнялось условие

$$\left|Arg\frac{\bar{k}(j\omega_{ср})}{\bar{d}(j\omega_{ср})}\right| \le \varepsilon,$$

в котором ε достаточно малое, по сравнению с запасом устойчивости системы (3), (10) по фазе ($\varphi_з$)

Аналогичное условие для должно быть выполнено для запаса по модулю (L)

Если регулятор (10) обеспечивает выполнение целей управления (7)– (9), то система (1), (10) называется системой с *робастным качеством* .

Признаком робастного качества системы (1), (10) являются запасы устойчивости по фазе и модулю, которые определяются экспериментально.

Система (1), (10) называется *грубой,* если ее запасы устойчивости удовлетворяют условиям

$$\varphi_з \ge 45^0, \ L \ge 2 \qquad (14)$$

и негрубой в противном случае.

Грубость системы является необходимым условием *реализуемости* целей управления.

Если регулятор (10) не обеспечивает робастное качество, то коэффициенты регулятора (10) изменяются во времени адаптором, который часто состоит из идентификатора и синтезатора. Идентификатор находит оценки коэффициентов объекта для различных значений структурного параметра n_1, (уменьшая тем самым структурную и параметрическую неопределенность объекта) и синтезатора, который находит коэффициенты регулятора (10) по оценкам коэффициентов объекта, полученным идентификатором.

3. **Структурные категории.**

Теорию автоматического управления можно структурировать на основе следующих четырех категорий:
А. Закономерности.
Б. Принципы и концепции.
В. Методы построения и расчета алгоритмов управления.
Г. Специальные математические методы для использования в методах построения алгоритмов управления.

А. <u>Закономерности</u>

Закономерности –это наиболее общие структуры алгоритмов управления и условия *достижимости* (выполнимости) целей управления (7)– (9).

Исторически первые две закономерности относятся к случаю, когда коэффициенты объекта (1)– неизвестны. Известно лишь, что объект устойчив по выходу (полином $\tilde{d}(s) = \sum_{i=0}^{n_1} d_i(s)$ – устойчив), что проверяется экспериментально.

1. Алгоритм управления

$$u = k_c \int_{t_o}^{t} (y_{sp} - y)dt\,, \qquad (15)$$

где $y_{sp}(t)$–задающее воздействие, обеспечивает установившуюся ошибку равную нулю ($y_{sp} - y = 0$), если y_{sp} и f –постоянные числа. При этом всегда существует коэффициент k_c регулятора, при котором система (1), (15) устойчива. Алгоритм (15) обычно реализуется в составе ПИД–регулятора.

2. Если объект (1) и регулятор (10) реализованы и экспериментально определены частотные характеристики каждого из них, то можно сделать заключение об ограниченности (либо неограниченности) выхода объекта в системе (1),(10).

3. Минимально время регулирования достигается управлением следующего вида:
$u(t)=u_н \operatorname{sign} \varphi(t)$,

где $\varphi(t)$– функция, зависящая от параметров объекта.

4. Необходимое условие достижимости целей управления (7)–(10) : отсутствие общих корней полиномов d(s) и k(s).

5. Минимально достижимая установившаяся ошибка (y_a) в системе (3), (10) с объектом устойчивым по управлению (полином k(s)–устойчив) равна нулю (y_a=0) для кусочно–непрерывных функций внешнего возмущения.

Требование такой ошибки приводит к регулятору с неограниченным коэффициентом усиления и, как следствие, система имеет неограниченную частоту среза, условия (12) нарушаются и система теряет устойчивость. Чтобы избежать этого при достаточно малой допустимой установившейся ошибке, порядок рабочей модели должен быть согласован с этой ошибкой. Если этот порядок недостаточен, то нужно идентифицировать объект (n+1)–го порядка, затем (n+2)–го порядка, и так далее до тех пор пока влияние немоделируемой динамики не будет пренебрежимо мало, а ошибка будет удовлетворять заданным требованиям.

Если объект управления неустойчив по управлению, то частота среза системы определяется корнем полинома k(s) с наибольшей положительной вещественной частью и требование достаточно малой допустимой установившейся ошибке приводит к негрубым системам.

Б. Принципы и концепции.

1. Принцип обратной связи.
2. Принцип управления по возмущению
3. Концепция двух компонентного (программного и стабилизирующего) управления.
4. Системы с переменной структурой.
5. Инвариантные системы.

В. Методы построения и расчета алгоритмов управления.

1. Метод логарифмических амплитудно-частотных характеристик (метод ЛАЧХ)

Этот метод базируется на категории Найквиста и диаграммах и запасах устойчивости, предложенных Боде.

Метод предназначен для одномерных объектов, устойчивых по входу и выходу (полиномы d(s) и k(s)– устойчивые). Требования (7)- (9) обеспечиваются для ступенчатых и гармонических внешних возмущений.

Метод обеспечивает грубость системы, а так же косвенно (используя частоту среза системы) учитывает структурную неопределенность.

2. Аналитический синтез регуляторов.

Метод основан на LQ – оптимизации (аналитическом конструировании регуляторов – АКоР) и установленных связей структуры и параметров функционала оптимизаций с одной стороны и целями управления (7) –(9), а также условиям (13) их реализуемости – с другой. Метод охватывает значительно более широкий класс объектов по сравнению с методом ЛАЧХ,

Если регулятор (6) не обеспечивает робастного качества, то используется прямое либо идентификационное адаптивное управление.

3. Прямое адаптивное управление.

Метод использует явную либо неявную эталонную модель желаемого процесса в системе (1), (2). Выход этой модели является обобщенной целью управления, которая строится с использованием целей (7), (9) и ограничений (11).

4. Идентификационное адаптивное управление.

Метод основан на идентификации объекта (1).

Полученные коэффициенты объекта с параметрической неопределенностью, являющейся погрешностями идентификации, используются для синтеза регулятора (10), обеспечивающего робастное качество.
Сложной проблемой адаптивного управления является сокращение времени адаптации, определяющим время регулирования. Оно зависит, в частности, от вида и уровня внешнего возмущения.

Г. Специальные математические методы для использования в методах построения и расчета алгоритмов управления.

Эти методы относятся к математике, но мотивацией к их разработке служат задачи теории автоматического управления. К ним можно отнести следующее.

1.Методы анализа устойчивости полиномов с известными (критерии Рауса, Гурвица, Михайлова) и интервальными (теорема Харитонова, критериями Цыпкина-Поляка) коэффициентами.

2. Методы вариационного начисления с ограниченными (принцип максимума, метод динамического программирования, LQ – и $H\infty$– оптимальное управление).

3.Методы оптимизации (l_1– оптимальное управление).

Методы категорий В и Г различаются следующим.

Первые решают многокритериальную задачу с критериями (7)-(9) , ограничениями (11) и условиями (14) реализуемости целей управления.

Вторые исходят из цели управления, определяемой одним из критериев (7)-(9) либо другим критерием: значением квадратичного функционала, Hinf –нормой передаточной матрицы системы, желаемыми корнями характеристического полинома системы и т.д. Однокритериальность позволяет получить наиболее общие результаты, которые могут служить основой первых, и кроме того, она позволяет найти частные закономерности. Так, для одномерных систем Hinf –норма имеет ясный физический смысл максимума амплитуды выхода системы (3),(10) при гармоническом внешнем возмущении и $H\infty$– оптимальное управление обеспечивает наименьшую установившуюся ошибку при таком возмущении. Хотя полученная система может быть негрубой, перерегулирование и время регулирования сколь угодно велики, однако величина минимальной установившейся ошибки (зависящая от параметров объекта (3)) является закономерностью для конкретного объекта. Такой же закономерностью является наименьшая ошибка при произвольном ограниченном возмущении, обеспечиваемая l_1– оптимальным управлением, хотя при этом система может быть негрубой, время регулирования и управление – сколь угодно велики,

Литература

1. Основы теории автоматического регулирования. Под ред. В.В.Солодовникова, Машгиз, 1954.

2. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления. Часть I. Линейные системы регулирования одной величины. М.-Л.:Энергия,1965.396с.

3. Glad T., Ljung L. Control Theory (Multivariable and Nonlinear Methods). Taylor & Francis. London and New York, 2000

4. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление.М.Наука,2002,

5. Александров А.Г. Методы построения систем автоматического управления. М., Физматлит, 2008, 230с.