УПРАВЛЕНИЕ ПО ВОЗМУЩЕНИЮ. ЧАСТОТНЫЙ ПОДХОД

А.Г.АЛЕКСАНДРОВ

Институт проблем управления им.Трапезникова РАН, Москва, Россия

Рассматривается асимптотически устойчивый объект, описываемый дифференциальным уравнением

$$\begin{gathered} y^{(n)} + d_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + d_0 y = k_p u^{(p)} + \cdots + k_0 u + \\ + m_c f^{(c)} + \cdots + m_0 f, \quad c, p < n, \quad t \geq t_0, \end{gathered} \tag{1}$$

где $y(t)$, $u(t)$ и $f(t)$ – измеряемый выход объекта, управление и внешнее возмущение соответственно, $y^{(i)}$, $u^{(j)}$, $f^{(q)}$ $(i = \overline{1,n},\ ,j = \overline{1,p})$, $q = \overline{1,c})$ – их производные, d_i, k_j, m_q $(i = \overline{0,n-1},\ j = \overline{0,p})$, $(q = \overline{0,c})$ – известные числа, среди корней полиномов $k(s) = k_p s^p + \cdots + k_0$ и $m(s) = m_c s^c + \cdots + m_0$, (где s – символ преобразования по Лапласу при нулевых начальных условиях либо символ дифференцирования) имеются корни, вещественные части которых положительны, возмущение $f(t)$ – ограниченная, неизмеряемая функция.

Задача состоит в том, чтобы найти управление $u(t)$ такое, что, начиная с некоторого момента времени t_*, выход $y(t)$ объекта удовлетворял требованию

$$|y(t)| \leq y^*, \quad t \geq t_*, \tag{2}$$

где y^* – заданное число.

Для неминимально-фазовых объектов (каковым является объект (1) в силу свойств полинома $k(s)$) величина y^* в требовании (2) ограничена снизу, если управление $u(t)$ формируется с использованием обратной связи по $y(t)$.

В связи с этим применим управление по возмущению.

Если возмущение измерятся, то для минимально-фазовых объектов искомое управление является решением дифференциального уравнения

$$k(s)u = -m(s)f \tag{3}$$

Неизмеряемое возмущение можно найти как решение дифференциального уравнения

$$m(s)f = d(s)y \tag{4}$$

В рассматриваемом случае решение уравнений (3) и (4) неустойчиво и поэтому используется частотный подход.

Пусть возмущение $f(t)$ – периодическая (с периодом T) функция. Ее разложение в ряд Фурье:

$$f(t) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^f \sin \omega_i t + \beta_i^f \cos \omega_i t, \tag{5}$$

где $N = \dfrac{T}{h}$, h – достаточно малый интервал дискретности, $\omega_i = \dfrac{2\pi i}{N}$.

Разложение измеряемой функции $y(t)$ при $u(t) = 0$ в ряд Фурье имеет вид

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^y \sin \omega_i t + \beta_i^y \cos \omega_i t, \quad t_1 \le t \le t_1 + T, \tag{6}$$

где $(t_1 - t_0)$ – время затухания переходных процессов.

Коэффициенты этих функций связаны соотношениями

$$\alpha_i^y = \alpha_i^f \alpha_i - \beta_i^f \beta_i, \quad \beta_i^y = \alpha_i^f \beta_i + \beta_i^f \alpha_i, \tag{7}$$

где $\alpha_i = Re \dfrac{m(j\omega_i)}{d(j\omega_i)}$, $\beta_i = Im \dfrac{m(j\omega_i)}{d(j\omega_i)}$.

Аналогично, из выражения (3) следует

$$\alpha_i^u = \alpha_i^f \bar{\alpha}_i - \beta_i^f \bar{\beta}_i, \quad \beta_i^y = \alpha_i^f \bar{\beta}_i + \beta_i^f \bar{\alpha}_i, \tag{8}$$

где $\bar{\alpha}_i = Re \dfrac{-m(j\omega_i)}{k(j\omega_i)}$, $\bar{\beta}_i = Im \dfrac{-m(j\omega_i)}{k(j\omega_i)}$.

Решим уравнения (7) и (8) и сформируем искомое управление

$$u(t) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^u \sin \omega_i t + \beta_i^u \cos \omega_i t, \quad t \ge T + t_1 \tag{9}$$

COMPENSATING CONTROL. FREQUENCY APPROACH

A.G. Alexandrov

Institute for Control Science, Moscow, Russia

Considered are nonminimum-phased control plants subjected to unknown-but-bounded disturbances. A compensating control low is designed such that the plant output is kept within given limits.