А.Г.АЛЕКСАНДРОВ, e-mail:alex7@ipu.rssi.ru
Институт проблем управления им.Трапезникова РАН,Москва

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТОМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Рассматривается объект первого порядка с неизвестным запаздыванием управления. Желаемое программное движение является кусочно-постоянной функцией.Внешнее возмущение-неизвестная ограниченная функция. Строится адаптивное управление, основанное на методе конечно-частотной идентификации.

Ключевые слова: программное движение,запаздывание, внешнее возмущение, идентификация,адаптация.

1 Введение

Во многих случаях желаемое программное движение (задающее воздействие) является кусочно-постоянной функцией с интервалами постоянства достаточно большими по сравнению с временем затухания переходных процессов в системе стабилизации этого движения.В таких случаях система стабилизации строится на основе ПИД-регулятора [1],[2].Для определения его коэффициентов используется упрощенная модель объекта управления, описываемая линейным дифференциальным уравнением первого либо второго порядка с запаздыванием.

Параметры объекта изменяются достаточно медленно и поэтому коэффициенты его модели аппроксимируются кусочно- постоянной функцией. При изменении ее значений регулятор перестраивается, адаптируясь к новым значениям параметров объекта.

Часто предполагают, что эти новые значения известны либо они могут быть идентифицированы по ряду косвенных признаков[3],[4]. Вместе с этим в ряде случаев параметры объекта - не известны, а их косвенная идентификация затруднена неизвестными внешними возмущениями,действующими на объект.

Настоящая работа посвящена частотному адаптивному регулятору, построенному с использованием конечно-частотной идентификации [5],позволяющей идентифицировать объект при неизвестных ограниченных внешних возмущениях.

2 Постановка задачи

Рассмотрим асимптотически устойчивую систему управления, описываемую уравнением

$$T\dot{y}(t) + y(t) = ku(t-\tau) + f(t-\tau) \qquad t \geq t_0; \tag{1}$$

$$g\ddot{u} + \dot{u} = r_2(\ddot{y}_{sp} - \ddot{y} - \ddot{v}) + r_1(\dot{y}_{sp} - \dot{y} - \dot{v}) + r_0(y_{sp} - y - v), \tag{2}$$

где $y(t)$ и $u(t)$ – измеряемые выходы объекта (1) и регулятора (2), выход регулятора $u(t)$ называется управлением, $y_{sp}(t)$ – измеряемое задающее воздействие(желаемое программное движение),$f(t)$ – неизмеряемое внешнее возмущение – неизвестная, ограниченная функция, $v(t)$ – идентифицирующий сигнал, который является известной функцией времени. Коэффициенты объекта (k, T, τ) и регулятора $(\ g, r_2, r_1, r_0)$– неизвестные числа.

Коэффициенты объекта изменяются в моменты времени $t_1,\ t_2,\ \cdots,$ t_N, но они постоянны внутри интервала

$$I_1 = [t_0\ t_1),\ \ I_2 = [t_1\ t_2),\ \ \cdots\ ,\ \ I_N = [t_{N-1},\ t_N). \tag{3}$$

Моменты времени $t_1, t_2, \cdots, t_N$ для простоты предполагаются известными.

Точность слежения выхода $y(t)$ за задающим сигналом $y_{sp}(t)$ определяется ошибкой слежения

$$\varepsilon(t) = y_{sp}(t) - y(t). \tag{4}$$

Чтобы обеспечить требуемую точность слежения в течение каждого из интервалов (3), начиная со второго интервала осуществляется идентификация объекта (находятся оценки его коэффициентов $\hat{k}$, $\hat{T}$, $\hat{\tau}$), синтезируется и реализуется регулятор (2). Этот процесс называется адаптивным управлением. Его цель описывается неравенством

$$|\varepsilon(t)| \leq \varepsilon^*, \qquad t_i + t_i^\alpha \leq t \leq t_{i+1}, \qquad (i = \overline{2, N-1}), \tag{5}$$

в котором ε^* – заданное число, t_i^α – время адаптации на i-том интервале, $(i = \overline{2, N-1})$. Предполагается, что интервалы (3) достаточно велики так, что $t_{i+1} - t_i > t_i^\alpha$ $(i = \overline{2, N-1})$.

Задача состоит в том, чтобы для каждого из интервалов (3) найти коэффициенты регулятора (2) такие, чтобы выполнялось требование (5) к точности слежения.

Ниже предполагается, что система (1), (2) сохраняет устойчивость на смежных интервалах. Это означает, что регулятор, построенный на i-том интервале обеспечивает устойчивость системы на $(i+1)$-ом интервале.

3 Построение регулятора при известных коэффициентах объекта

Запишем выражение (2) в форме ПИД-регулятора. Для этого интегрируя (2) при нулевых начальных условиях и $v(t) = 0$, получим уравнение

$$g\dot{u} + u = k_c \left(\varepsilon + \frac{1}{T_i} \int\limits_{t_0}^{t} \varepsilon dt + T_d \frac{d\varepsilon}{dt} \right), \tag{6}$$

в котором

$$k_c = r_1, \qquad T_i = \frac{r_1}{r_0}, \qquad T_d = \frac{r_2}{r_1}. \tag{7}$$

Рассмотрим случай, когда коэффициенты объекта (1) известны. Для этого случая разработан ряд методов [2] определения коэффициентов k_p, T_i, T_d регулятора (6), различающихся моделями целей управления, чувствительностью к внешним возмущениям и т.д.

Ниже используется один из таких методов, названный методом внутренней модели управления [6]. Для его описания преобразуем уравнение (1) по Лапласу при нулевых начальных условиях и запишем его передаточную функцию

$$w_0(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts + 1}, \tag{8}$$

где s – символ преобразования Лапласа.

Используя ПАДЕ-аппроксимацию первого порядка, запишем эту передаточную функцию объекта как

$$w_0^n(s) = \frac{k\left(-\frac{\tau}{2}s + 1\right)}{(Ts + 1)\left(\frac{\tau}{2}s + 1\right)}. \tag{9}$$

Передаточная функция регулятора для объекта (9) имеет вид

$$w_c(s) = \frac{(Ts + 1)\left(\frac{\tau}{2}s + 1\right)}{ks\left(\frac{\lambda\tau}{2}s + \lambda + \tau\right)}, \tag{10}$$

где λ – заданное положительное число ($\lambda < T$).

При таком регуляторе, компенсирующем динамические свойства объекта, уравнение системы (1), (2) с высокой степенью точности описывается (при $v = 0$) уравнением

$$\lambda\dot{y} + y = y_{sp}(t - \tau), \tag{11}$$

из которого следует, что при достаточно медленно изменяющемся задающем воздействии, требования (5) к точности выполняются.

Из выражения (10) следует, что искомые коэффициенты регулятора выражаются через коэффициенты объекта как

$$g = \frac{\lambda\tau}{2(\lambda+\tau)}, \qquad r_2 = \frac{T\tau}{2k(\lambda+\tau)}, \qquad r_1 = \frac{2T+\tau}{2k(\lambda+\tau)}, \qquad r_0 = \frac{1}{k(\lambda+\tau)} \tag{12}$$

и процесс адаптации регулятора (2) на каждом из интервалов (3) сводится к вычислению коэффициентов регулятора по формулам (12) и их реализации.

Таким образом, решение задачи, поставленной в разделе 2, сводится к идентификации объекта, результатом которой являются оценки $\hat{k}$, $\hat{T}$, $\hat{\tau}$, которые используются для построения регулятора на основе выражения (12).

4 Идентификация объекта и алгоритм адаптации

Идентификация объекта (1) затруднена несколькими обстоятельствами: а) задающее воздействие $y_{sp}(t)$ часто является постоянной функцией и поэтому входной сигнал $u(t)$ – недостаточно "богат"гармониками [7]; б) внешнее возмущение $f(t)$ – неизвестная ограниченная функция; в) идентификация должна осуществляться при работе объекта в системе (1), (2).

Для преодоления первого из указанных обстоятельств необходимо использовать идентифицирующий сигнал, содержащий достаточное число гармоник. При этом условии возможно применение для идентификации метода инструментальных переменных [7] и метода конечно-частотной идентификации [5],[8], который основан на использовании идентифицирующего сигнала с настройкой его частот и амплитуд.

Ниже используется конечно-частотная идентификация, в соответствии с которой идентифицирующий сигнал имеет вид

$$v = \rho_1 \sin\omega_1 t + \rho_2 \sin\omega_2 t, \qquad \omega_1 < \omega_2, \tag{13}$$

где ρ_i и ω_i $(i = \overline{1,2})$ – положительные числа.

Амплитуды ρ_1 и ρ_2 этого сигнала должны удовлетворять условию

$$\rho_1 + \rho_2 \le \eta y^*_{sp}, \tag{14}$$

в котором y^*_{sp} – известная граница модуля задающего воздействия $\left(|y_{sp}(t)| \le y^*_{sp}\right)$, η – заданное положительное число ($\eta < 1$) определяемое допустимым искажением задающего воздействия.

Частоты ω_1 и ω_2 полагаем заданными. Однако, для уменьшения времени идентификации они определяются на основе алгоритма [8] и зависят от динамических свойств объекта.

Для вывода точных соотношений, связывающих входы и выходы объекта с его коэффициентами рассмотрим установившейся режим ($t \to \infty$) работы системы (1), (2). В этом режиме

$$y = \rho_1(a_{y1}\sin\omega_1 t + b_{y1}\cos\omega_1 t) + \rho_2(a_{y2}\sin\omega_2 t + b_{y2}\cos\omega_2 t) + y^r + y^f; \quad (15)$$

$$u = \rho_2(a_{u1}\sin\omega_1 t + b_{u1}\cos\omega_1 t) + \rho_2(a_{u2}\sin\omega_2 t + b_{u2}\cos\omega_2 t) + u^r + u^f, \quad (16)$$

где $y^r(t)$, $u^r(t)$, $y^f(t)$, $u^f(t)$ – компоненты выхода и входа объекта, зависящие от задающего воздействия $y_{sp}(t)$ и внешнего возмущения $f(t)$ соответственно, $\rho_i a_{yi}$, $\rho_i b_{yi}$ $(i = 1, 2)$ – амплитуды гармоник выхода объекта (1), $\rho_i a_{ui}$, $\rho_i b_{ui}$ $(i = 1, 2)$ – амплитуды гармоник выхода регулятора (2).

Утверждение. Коэффициенты объекта (1) и амплитуды выходов объекта и регулятора связаны соотношениями

$$T^2 = \frac{(\alpha_2^2 + \beta_2^2) - (\alpha_1^2 + \beta_1^2)}{\omega_1^2(\alpha_1^2 + \beta_1^2) - \omega_2^2(\alpha_2^2 + \beta_2^2)}, \qquad k^2 = (\alpha_2^2 + \beta_2^2)(T^2\omega_2^2 + 1); \quad (17)$$

$$\tau = -\frac{1}{\omega_1}\operatorname{arctg}\frac{\beta_1 + T\alpha_1\omega_1}{\alpha_1 - T\beta_1\omega_1}, \qquad \omega_1\tau < \frac{\pi}{2}, \quad (18)$$

в которых

$$\alpha_i = \frac{a_{yi}a_{ui} + b_{yi}b_{ui}}{a_{ui}^2 + b_{ui}^2}, \qquad \beta_i = \frac{-a_{yi}b_{ui} + b_{yi}a_{ui}}{a_{ui}^2 + b_{ui}^2} \qquad (i = 1, 2). \quad (19)$$

Доказательство

Обозначим

$$\alpha_i = \mathrm{Re} w_0(j\omega_i), \qquad \beta_i = \mathrm{Jm} w_0(j\omega_i) \qquad (i = 1, 2) \quad (20)$$

и найдем связь выхода (15) со входом (16) при $r_e(t) = f(t) = 0$, обозначая $\bar{a}_{yi} = \rho_i a_{yi}$, $\bar{b}_{yi} = \rho_i b_{yi}$, $\bar{a}_{ui} = \rho_i a_{ui}$, $\bar{b}_{ui} = \rho_i b_{ui}$, $i = 1, 2$.

Если приложить к объекту (1) управление

$$u = \bar{a}_{u1}\sin\omega_1 t, \quad (21)$$

то его выход при $t \to \infty$ имеет вид

$$y_s = \bar{a}_{u1}(\alpha_1\sin\omega_1 t + \beta_1\cos\omega_1 t). \quad (22)$$

Если управление имеет вид

$$u = \bar{b}_{u1} \cos \omega_1 t,$$

то

$$y_c = \bar{b}_{u1} (\alpha_1 \cos \omega_1 t + \beta_1 \sin \omega_1 t).$$

Тогда выход

$$y = y_s + y_c = (\bar{a}_{n1} \alpha_1 - \bar{b}_{n1} \beta_1) \sin \omega_1 t + (\bar{b}_{u1} \alpha_1 + \bar{a}_{u1} \beta_1) \cos \omega_1 t. \tag{23}$$

Повторяя изложенное для частоты ω_2, получим, сравнивая (23) с (15), систему уравнений

$$\bar{a}_{ui} \alpha_i - \bar{b}_{u1} \beta_i = \bar{a}_{yi}, \qquad \bar{b}_{ui} \alpha_i + \bar{a}_{u1} \beta_i = \bar{b}_{yi}, \qquad (i = 1, 2), \tag{24}$$

решение которого имеет вид (19).

Найдем теперь связь параметров α_i и β_i $(i = 1, 2)$ с коэффициентами объекта (1).

Частотная передаточная функция объекта

$$w_0(j\omega_i) = \frac{k \cos \omega_i \tau - j \sin \omega_i \tau}{T j \omega_i + 1} = \alpha_i + j \beta_i \qquad (i = 1, 2). \tag{25}$$

Из этого выражения следует система нелинейных алгебраических уравнений для искомых чисел k, T и τ:

$$k \cos \omega_i \tau + T \beta_i \omega_i = \alpha_i, \qquad -k \sin \omega_i \tau - T \alpha_i \omega_i = \beta_i \qquad (i = 1, 2). \tag{26}$$

Перенесем второе слагаемое левой части этих уравнений в правую часть, возведем обе их части в квадрат и сложим, тогда получим систему линейных уравнений

$$k^2 - (\alpha_i^2 + \beta_i^2) \omega_i^2 T^2 = \alpha_i^2 + \beta_i^2 \qquad (i = 1, 2),$$

решение которого имеет вид (17).

Для нахождения запаздывания τ перенесем второе слагаемое системы (26) в правую часть и поделим вторую систему на первую, тогда получим при $i = 1$ выражение (18), в котором, для единственности решения полагаем, что частота ω_i выбрана так, чтобы выполнялось условие $\omega_1 \tau < \frac{\pi}{2}$ и, таким образом, утверждение доказано.

Чтобы найти оценки амплитуд выходов объекта и регулятора, необходимые для выражения (19), подадим эти выходы на входы фильтра

Фурье:

$$a_{yk}(æ) = \frac{2}{\rho_k æ}\int\limits_{t_F}^{t_F+æ} y(t)\sin\omega_k t dt, \qquad b_{yk}(æ) = \frac{2}{\rho_k æ}\int\limits_{t_F}^{t_F+æ} y(t)\cos\omega_k t dt;$$

$$(k=1,2)$$

$$a_{uk}(æ) = \frac{2}{\rho_k æ}\int\limits_{t_F}^{t_F+æ} u(t)\sin\omega_k t dt, \qquad b_{uk}(æ) = \frac{2}{\rho_k æ}\int\limits_{t_F}^{t_F+æ} u(t)\cos\omega_k t dt, \tag{27}$$

где æ – время фильтрации, t_F – момент начала фильтрации.

Если выполняются условия ФФ-фильтруемости задающего воздействия и внешнего возмущения [9], то

$$\lim_{æ\to\infty} a_{yk}(æ) = a_{yk}, \quad \lim_{æ\to\infty} b_{yk}(æ) = b_{yk}, \quad \lim_{æ\to\infty} a_{yk}(æ) = a_{yk}, \quad \lim_{æ\to\infty} b_{yk}(æ) = b_{yk}. \tag{28}$$

Условие ФФ-фильтруемости означает, что функции $y_{sp}(t)$ и $f(t)$ не содержат частот ω_1 и ω_2. Это условие может быть проверено экспериментально и при его нарушении необходимо изменить частоты ω_1 и ω_2 так, чтобы оно выполнялось.

Алгоритм адаптивного управления состоит из следующих операций.

1. Идентифицировать объект (1): а) приложить его выход и вход к входам фильтра Фурье (27), чьи выходы при заданном значении æ дают оценки амплитуд; б) подставляя эти оценки в формулы (27), (17), (19), вычислить оценки коэффициентов объекта $\hat{k}$, $\hat{T}$, $\hat{\tau}$.

2. Вычислить, используя соотношение (12), где $k=\hat{k}$, $T=\hat{T}$, $\tau=\hat{\tau}$, коэффициенты регулятора.

3. Заменить коэффициенты регулятора вычисленными и проверить выполнение требования (5) к точности слежения. Если оно нарушается, вернутся к операции 1, увеличив время фильтрации æ.

Этот алгоритм обеспечивает [9] достижение цели управления (5), если интервалы (3) достаточно велики.

5 Пример

Рассмотрим систему (1),(6) со следующими коэффициентами объекта и регулятора

$$k=3, \;\; T=5, \;\; \tau=1, \tag{29}$$

$$k_c=1.3, \;\; T_i=5.5, \;\; T_d=0.45, \;\; g=0.14. \tag{30}$$

Задающее воздействие- ступенчатая функция:

$$y_{sp} = 1(t \geq t_0), \ \ y_{sp} = 0(t < t_0). \tag{31}$$

Внешнее возмущение

$$f(t) = 0.05 sign sin(2.1t). \tag{32}$$

Моделирование этой системы с помощью пакета MATLAB показывает, что, после затухания переходных процессов (течении $t_p = 31c$) ошибка слежения не превышает 0.015:

$$|\varepsilon(t)| \leq 0.015, t > 31c$$

Пусть коэффициент k принимает в моменты времени $t_1 = 314c, t_2 = 942c, t_3 = 1570c$ значения $k^{(1)} = 5.1, k^{(2)} = 8.67, k^{(3)} = 14.7$ соответственно.

Моделирование системы (1),(6) при различных значениях коэффициента k показывает, что она теряет устойчивость при $k = 8$. Это означает, что , начиная с момента времени t_2, она неустойчива, если не использовать адаптивное управление.

Чтобы сформировать такое управление, при котором после окончания адаптации выполняется целевое условие

$$|\varepsilon(t)| \leq 0.02, \ \ t \geq t_i^a, \ \ i = \overline{1, N-1} \tag{33}$$

использован следующий идентифицирующий сигнал

$$v(t) = 0.003 sin(0.2t) + 0.004 sin(0.4t), \tag{34}$$

приложеный к регулятору и тогда в уравнении (6)$\varepsilon = y_{sp} - y - v$

Для моделирования процесса адаптации была разработана специальная м-функция в среде MATLAB и получены следующие результаты.

1-й интервал $([0, 314), k = 3)$.

На этом интервале была промоделирована исходная система с коэффициентами (29),(30)с идентифицирующим сигналом (34). Ошибка слежения увеличилась, но осталась в допуске (33)

2-й интервал $([314, 942), k = 5.1)$.

На этом интервале , в соответствии с алгоритмом адаптивного управления, осуществлялась идентификация объекта и получены следующие оценки

$$\hat{k} = 5.32, \ \ \hat{T} = 5.27, \ \ \hat{\tau} = 0.73.$$

Используя эти оценки были вычислены коэффициенты регулятора:

$$k_c = 0.93, \;\; T_i = 5.64, \;\; T_d = 0.343, \;\; g = 1.29$$

Моделирование объекта с таким регулятором показало, что требования (33)выполняется.

Аналогичные результаты получены для 3-го ($[942c, 1570c), k = 8.67$) и 4-го ($[1570c, 2198c)$,
$k = 8.67$) интервалов.

6 Литература

1.Ротач В.Я."Расчет динамики промышленных автоматических систем регулирования".М.:Энергия,1973.

2.Astrom,K.J.and T.Hagglund "Advanced PID Control"ISA,2006.

3.Voda A.A. and I.D.Landau "A method for the Auto-calibration of PID Controllers"Automatica,vol.31,No 1.pp.41-53,1995.

4.Мазуров В.М.,А.В.Литюга, А.В.Спицин "Развитие технологий адаптивного управления в SCADA системе TRACE MODE"ж.Приборы и системы, No 1,2002, сс.28-33.

5.Александров А.Г. "Адаптивное управление на основе идентификации частотных характеристик . Известия РАН. "Теория и системы управления",2, 1995, стр. 63 - 71.

6.Visioli A."Improving the load disturbance rejection performance of IMC-tuned PID Controllers".15th Triennial Word Congress,Barcelona,Spain.2002.

7.Льюнг Л."Идентификация систем".М.: Наука,1991,432с.

8.Александров А.Г."Конечно-частотная идентификация: самонастройка испытательных частот". //Сборник научных трудов "Робастное управление и частотная идентификация", ЭПИ МИСиС, 2004, стр. 67-97.

9.Александров А.Г. "Частотное адаптивное управление устойчивым объектом при неизвестном ограниченном возмущении". ж. "Автоматика и телемеханика", РАН, 4, 2000, стр. 106 - 116 .