УДК 681.5

ТЕКУЩАЯ КОНЕЧНО-ЧАСТОТНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ

А.Г. Александров
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: alex7@ipu.rssi.ru

Ю.Ф. Орлов
Электростальский политехнический институт (филиал)
Государственного технологического университета
«Московский институт стали и сплавов»
Россия, 144000, Московская обл., Электросталь, Первомайская ул., 7
E-mail: yu orlov@mail.ru

Ключевые слова: идентификация, частотный подход, конечно-частотный метод, метод инструментальной переменной
Key words: identification, frequency domain approach, finite-frequency method, instrumental variable method

В работе обсуждается связь текущего конечно-частотного метода и метода инструментальных переменных.
CURRENT FINITE-FREQUENCY IDENTIFICATION / A.G. Alexandrov (Institute of Control Sciences, 65, Profsoyuznaya, Moscow, 117997, Russia, E-mail: alex7@ipu.rssi.ru), Yu.F. Orlov (Electrostal polytechnical institute, 7, Pervomayskaya, Elektrostal, Moscow Region, 144000, Russia, E-mail: yu orlov@mail.ru). Relationship of the current finite-frequency method and the method instrumental variable is discussed in the paper.

1. Введение

К настоящему времени разработано несколько методов идентификации линейных динамических объектов в условиях неизвестных ограниченных внешних возмущений и помех измерения [1], [2]. К их числу относится метод конечно-частотной идентификации [3]. Основан он на определении частотных характеристик – значений передаточной функции объекта на конечном (не превышающем размерности вектора пространства состояний объекта) числе частот. Для экспериментального определения этих характеристик на вход объекта подается испытательный сигнал в виде суммы гармоник таких частот.

Частотные характеристики определяются по окончании переходного процесса, время окончания которого зависит также от ненулевых начальных условий.

В работе [4] предложен алгоритм текущей конечно-частотной идентификации, который позволяет идентифицировать объект в течении переходного процесса. Это дает существенное сокращение длительности идентификации в случаях, когда составляющая выхода объекта, вызванная начальными условиями (неустановившийся процесс), существенно превышает его составляющую, вызванные внешним возмущением и испытательным сигналом.

В работе [5] сравниваются конечно-частотный метод и метод инструментальных переменных для случая интенсивных внешних возмущений и показано, что благодаря самонастройке испытательных частот конечно-частотный метод позволяет получить необходимую точность идентификации за меньшее время. Однако, почти очевидно, что если внешнее возмущение отсутствует, метод инструментальных переменных обладает преимуществом по времени идентификации.

В настоящей работе обсуждается связь методов инструментальных переменных и текущего конечно-частотного, из которой следует, что при отсутствии внешних возмущений время идентификации этими методами близко.

2. Постановка задачи

Рассмотрим полностью управляемый асимптотически устойчивый объект, описываемый разностным уравнением

$$\begin{gathered} y(k) + d_{n-1}y(k-1) + \cdots + d_0 y(k-n) = \\ = b_{n-1}u(k-1) + \cdots + b_0 u(k-n) + f(k-1), \quad k = \overline{1, N}, \end{gathered} \tag{1}$$

где $y(k)$ и $u(k)$ – выход объекта и его вход – измеряемые функции; $f(k)$ – внешнее возмущение – неизвестная ограниченная функция (от kh):

$$|f(k-1)| \le f^*, \quad k = \overline{1, N}. \tag{2}$$

Начальные условия $y(-i)$ и коэффициенты d_i и b_i $\left(i = \overline{0, n-1}\right)$ не известны.

Управляемый вход представляет собой испытательный сигнал

$$u(k) = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \sin \bar{\omega}_i k, \tag{3}$$

в котором $\rho_i > 0$ – заданные амплитуды; $\bar{\omega}_i = \omega_i h$, где ω_i $\left(i = \overline{1, n}\right)$ – частоты – заданные числа, удовлетворяющие условиям

$$0 < \omega_i < \pi \ \left(i = \overline{1, n}\right), \quad \omega_i \ne \omega_j \ (i \ne j). \tag{4}$$

Задача идентификации *состоит в определении оценок* $\hat{d}_i$ *и* $\hat{b}_i$ $\left(i = \overline{0, n-1}\right)$ *коэффициентов объекта* (1) *таких, чтобы выполнились требования*

$$\left\{ \begin{array}{llll} |\hat{d}_i - d_i| \le \varepsilon_i^d |d_i| & \text{если} \quad d_i \ne 0 & \text{либо} \quad |\hat{d}_i| \le \varepsilon_i^d & \text{если} \quad d_i = 0, \\ |\hat{k}_i - k_i| \le \varepsilon_i^k |k_i| & \text{если} \quad k_i \ne 0 & \text{либо} \quad |\hat{k}_i| \le \varepsilon_i^k & \text{если} \quad k_i = 0, \end{array} \right. \tag{5}$$

к относительной точности идентификации, в которых ε_i^d *и* ε_i^b $\left(i = \overline{0, n-1}\right)$ *– заданные положительные числа.*

3. Подходы к решению задачи идентификации

Рассмотрим несколько подходов к решению поставленной выше задачи с позиций метода уравнений движения [6].

Для решения задачи идентификации представим уравнение (1) в компактной форме

$$y(k) = \boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{\theta} + f(k-1), \quad k = \overline{1,N}, \tag{6}$$

где $\boldsymbol{\varphi}(k) \doteq \mathrm{col}(-y(k-1), -y(k-2), \ldots, -y(k-n); u(k-1), u(k-2), \ldots, u(k-n))$ – $2n$-мерный регрессионный вектор составленный из измеряемых переменных, а $\boldsymbol{\theta} \doteq \mathrm{col}(d_{n-1}, d_{n-2}, \ldots, d_0; b_{n-1}, b_{n-2}, \ldots, b_0)$ – $2n$-мерный вектор искомых параметров объекта.

Введем $2n$-мерный столбец $\boldsymbol{\mu}(k)$ известных функций, называемый [7, стр. 397] *модулирующим вектором*. Умножая уравнение (6) слева на вектор $\boldsymbol{\mu}(k)$ и суммируя результат по k получим систему линейных алгебраических уравнений для определения вектора $\boldsymbol{\theta}$:

$$\left[\sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{\mu}(k)\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(k)\right]\boldsymbol{\theta} = \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{\mu}(k)y(k) - \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{\mu}(k)f(k-1).$$

Запишем это уравнение как

$$M\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{\xi}, \tag{7}$$

где $M = \sum\limits_{k=1}^{N} \boldsymbol{\mu}(k)\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(k)$, $\boldsymbol{v} = \sum\limits_{k=1}^{N} \boldsymbol{\mu}(k)y(k)$ и $\boldsymbol{\xi} = \sum\limits_{k=1}^{N} \boldsymbol{\mu}(k)f(k-1)$.

$2n \times 2n$-матрица M и $2n$-вектор $\boldsymbol{v}$ могут быть вычислены по измеряемым входу и выходу объекта (1). $2n$-вектор $\boldsymbol{\xi}$ неизвестен, так как $f(k-1)$ не измеряется. Поэтому будем искать оценку $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ вектора параметров объекта на основе уравнения

$$M\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{v}, \tag{8}$$

которое будем называть *уравнением идентификации*.

Его решение $\hat{\boldsymbol{\theta}} = M^{-1}\boldsymbol{v}$ существует, если $\det M \neq 0$. Это решение совпадает с истинным значением $\boldsymbol{\theta}$, когда $\boldsymbol{\xi} = 0_{2n,1}$.

При $f(k) = 0$ $\left(k = \overline{0, N-1}\right)$ описанный выше метод назван в работе [6] *методом уравнений движения*. С позиций этого метода (простой модификацией *модулирующих функций* вектора $\boldsymbol{\mu}(k)$) можно описать различные методы идентификации. Ниже представлены некоторые из них.

3.1. Метод наименьших квадратов

В этом методе модулирующий вектор имеет вид

$$\boldsymbol{\mu}(k) = \boldsymbol{\varphi}(k)/N \doteq \boldsymbol{\mu}(k), \quad k = \overline{1,N},$$

и, следовательно, матрицы и векторы уравнения (7) описываются как в [8]:
$M = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N} \boldsymbol{\varphi}(k)\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(k) \doteq M$, $\boldsymbol{v} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N} \boldsymbol{\varphi}(k)y(k) \doteq \boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{\xi} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N} \boldsymbol{\varphi}(k)f(k-1) \doteq \boldsymbol{\xi}$.

В МНК $f(k)$ $\left(k=\overline{0,N-1}\right)$ – последовательность независимых случайных величин с нулевым средним значением («белый шум»), и поэтому

$$\lim_{N\to\infty}\boldsymbol{\xi}=0_{2n,1}.$$

Матрица M уравнения идентификации (8) невырождена, если входной сигнал $u(k)$ «достаточно богат» [8]. Это условие выполняется, если $u(k)$ $\left(k=\overline{1-n,N-1}\right)$ содержит n гармоник [3], и таким образом из уравнений (8) получим

$$\lim_{N\to\infty}\hat{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{\theta}.$$

3.2. Метод инструментальных переменных

В этом методе модулирующий вектор имеет вид

$$\begin{gathered}\boldsymbol{\mu}(k)=\mathrm{col}(\,-\check{y}(k-1),\,-\check{y}(k-2),\,\ldots,\,-\check{y}(k-n);\\ u(k-1),\,u(k-2),\,\ldots,\,u(k-n)\,)/N\doteq\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{iv}}(k),\end{gathered}$$

где $\check{y}(k)$ $\left(k=\overline{1-n,N-1}\right)$ является решением разностного уравнения

$$\check{y}(k)+\check{d}_{n-1}\check{y}(k-1)+\cdots+\check{d}_0\check{y}(k-n)=\check{b}_{n-1}u(k-1)+\cdots+\check{b}_0u(k-n),$$

коэффициенты $\check{d}_i$ и $\check{b}_i$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ которого строятся тем или иным способом. Это уравнение, в отличие от уравнения (1), не содержит внешнего возмущения $f(k)$ $\left(k=\overline{0,N-1}\right)$, а если выполняется условие

$$\sum_{k=1}^{\infty}\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{iv}}(k)f(k-1)=0_{2n,1}$$

и матрица $M=\sum\limits_{k=1}^{N}\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{iv}}(k)\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(k)\doteq M_{\mathrm{iv}}$ такова, что $\det\sum\limits_{k=1}^{\infty}\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{iv}}(k)\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(k)\neq 0$, то

$$\lim_{N\to\infty}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{iv}}=\boldsymbol{\theta}.$$

3.3. Гармонические модулирующие функции

Гармонические модулирующие функции использовались в [9] для идентификации непрерывных объектов управления и могут быть распространены на дискретный случай. Внешнее возмущение $f(k)$ здесь неизвестная ограниченная функция (2), а управляемый вход представляет собой испытательный сигнал (3) в котором $\rho_i>0$ – заданные амплитуды; $\bar{\omega}_i=\omega_i h$, где ω_i $\left(i=\overline{1,n}\right)$ – частоты – заданные числа, удовлетворяющие условиям (4).

При этих условиях необходимо решить поставленную выше задачу идентификации.

4. Метод конечно-частотной идентификации

Для решения задачи идентификации умножим каждое из уравнений

$$y(k)+\sum_{i=1}^{n} d_{n-i}y(k-i)=\sum_{i=1}^{n} b_{n-i}u(k-i)+f(k-1),\quad k=\overline{1,N}, \tag{1'}$$

на модулирующие функции вектора

$$\boldsymbol{v}(k)\doteq \tag{9}$$
$$\doteq \frac{2}{N}\,\mathrm{col}(\sin\bar\omega_1 k,\ \cos\bar\omega_1 k,\ \sin\bar\omega_2 k,\ \cos\bar\omega_2 k,\ \ldots,\ \sin\bar\omega_n k,\ \cos\bar\omega_n k)$$

и после суммирования по k получим

$$\begin{gathered}\sum_{k=1}^{N} y(k)\sin\bar\omega_j k+\sum_{i=1}^{n} d_{n-i}\sum_{k=1}^{N} y(k-i)\sin\bar\omega_j k=\\ =\sum_{i=1}^{n} b_{n-i}\sum_{k=1}^{N} u(k-i)\sin\bar\omega_j k+\sum_{k=1}^{N} f(k-1)\sin\bar\omega_j k,\quad j=\overline{1,n};\end{gathered} \tag{10}$$

$$\begin{gathered}\sum_{k=1}^{N} y(k)\cos\bar\omega_j k+\sum_{i=1}^{n} d_{n-i}\sum_{k=1}^{N} y(k-i)\cos\bar\omega_j k=\\ =\sum_{i=1}^{n} b_{n-i}\sum_{k=1}^{N} u(k-i)\cos\bar\omega_j k+\sum_{k=1}^{N} f(k-1)\cos\bar\omega_j k,\quad j=\overline{1,n}.\end{gathered} \tag{11}$$

Почти очевидно следующее

Утверждение 1. *При моделирующем векторе (9) матрицы и векторы уравнения (7) имеют вид:*

$$M=\Psi^{\mathrm T}\Phi\doteq M,\qquad \boldsymbol{v}=\Psi^{\mathrm T}\boldsymbol{y}\doteq\boldsymbol{v}\qquad \text{и}\qquad \boldsymbol{\xi}=\Psi^{\mathrm T}\boldsymbol{f}\doteq\boldsymbol{\xi}, \tag{12}$$

где матрица $\Phi=\begin{pmatrix}-Y & U\end{pmatrix}$, блоки которой имеют теплицеву структуру вида:

$$Y\doteq\begin{pmatrix} y(0) & y(-1) & \cdots & y(1-n)\\ y(1) & y(0) & \cdots & y(2-n)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ y(N-1) & y(N-2) & \cdots & y(N-n)\end{pmatrix},$$
$$U\doteq\begin{pmatrix} u(0) & u(-1) & \cdots & u(1-n)\\ u(1) & u(0) & \cdots & u(2-n)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ u(N-1) & u(N-2) & \cdots & u(N-n)\end{pmatrix},$$

матрица $\Psi=\begin{pmatrix}S & C\end{pmatrix}$, блоки которой скомпонованы из модулирующих *функций вектора* (9)*:*

$$S \doteq \frac{2}{N}\begin{pmatrix} \sin\bar\omega_1 & \sin\bar\omega_2 & \cdots & \sin\bar\omega_n \\ \sin\bar\omega_1 2 & \sin\bar\omega_2 2 & \cdots & \sin\bar\omega_n 2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin\bar\omega_1 N & \sin\bar\omega_2 N & \cdots & \sin\bar\omega_n N \end{pmatrix},$$

$$C \doteq \frac{2}{N}\begin{pmatrix} \cos\bar\omega_1 & \cos\bar\omega_2 & \cdots & \cos\bar\omega_n \\ \cos\bar\omega_1 2 & \cos\bar\omega_2 2 & \cdots & \cos\bar\omega_n 2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos\bar\omega_1 N & \cos\bar\omega_2 N & \cdots & \cos\bar\omega_n N \end{pmatrix},$$

и векторы $\boldsymbol{y} \doteq \mathrm{col}(\, y(1),\, y(2),\, \ldots,\, y(N)\,)$ *и* $\boldsymbol{f} \doteq \mathrm{col}(\, f(1),\, f(2),\, \ldots,\, f(N)\,)$.

В самом деле, систему разностных уравнений (1) можно записать в эквивалентном (6) виде

$$y(k) + \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{d} = \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{b} + f(k-1), \quad k = \overline{1, N}$$

скалярных произведений векторов

$$\boldsymbol{y}(k) \doteq \begin{bmatrix} y(k-1) \\ y(k-2) \\ \vdots \\ y(k-n) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}(k) \doteq \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-2) \\ \vdots \\ u(k-n) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{d} \doteq \begin{bmatrix} d_{n-1} \\ \vdots \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} \doteq \begin{bmatrix} b_{n-1} \\ \vdots \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix},$$

либо представить в виде одного матричного уравнения вида

$$\boldsymbol{y} + Y\boldsymbol{d} = U\boldsymbol{b} + \boldsymbol{f}, \tag{13}$$

где $Y \doteq \begin{pmatrix} \boldsymbol{y}(1) & \boldsymbol{y}(2) & \cdots & \boldsymbol{y}(N) \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ и $U \doteq \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}(1) & \boldsymbol{u}(2) & \cdots & \boldsymbol{u}(N) \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$.

Умножая уравнение (13) в записи:

$$\begin{pmatrix} -Y & U \end{pmatrix} \times \begin{bmatrix} \boldsymbol{d} \\ \boldsymbol{b} \end{bmatrix} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{f} \qquad \sim \qquad \varPhi\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{f} \tag{14}$$

на матрицу $\varPsi^{\mathrm{T}}$ модулирующих функций слева:

$$\varPsi^{\mathrm{T}}\varPhi\boldsymbol{\theta} = \varPsi^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} - \varPsi^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f} \qquad \sim \qquad M\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{\xi} \tag{15}$$

и сравнивая полученное матричное уравнение с (7) получим равенства (12).■

Матрица

$$M = \begin{pmatrix} -S^{\mathrm{T}}Y & S^{\mathrm{T}}U \\ -C^{\mathrm{T}}Y & C^{\mathrm{T}}U \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \left[\!\left[-\sum\limits_{k=1}^{N} y(k-i)\sin\bar\omega_j k \right]\!\right] & \left[\!\left[\sum\limits_{k=1}^{N} u(k-i)\sin\bar\omega_j k \right]\!\right] \\ \left[\!\left[-\sum\limits_{k=1}^{N} y(k-i)\cos\bar\omega_j k \right]\!\right] & \left[\!\left[\sum\limits_{k=1}^{N} u(k-i)\cos\bar\omega_j k \right]\!\right] \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^{2n\times 2n}$$

и вектор

$$\boldsymbol{v} = \left[\; \left[\!\left[\sum_{k=1}^{N} y(k)\sin\bar\omega_i k \right]\!\right]^{\mathrm{T}} \quad \left[\!\left[\sum_{k=1}^{N} y(k)\cos\bar\omega_i k \right]\!\right]^{\mathrm{T}} \;\right]^{\mathrm{T}} \in \boldsymbol{R}^{2n}$$

могут быть вычислены по измеряемым входу и выходу объекта (1). Вектор

$$\boldsymbol{\xi} = \left[\left[\!\left[-\sum_{k=1}^{N} f(k-1)\sin\bar{\omega}_i k \right]\!\right]^{\mathrm{T}} \ \left[\!\left[-\sum_{k=1}^{N} f(k-1)\cos\bar{\omega}_i k \right]\!\right]^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}} \in \boldsymbol{R}^{2n}$$

неизвестен, так как $f(k-1)$ не измеряется. Поэтому будем искать оценку $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ вектора параметров объекта на основе уравнения

$$M\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{v}. \tag{8'}$$

Очевидно, что решение $\hat{\boldsymbol{\theta}} = M^{-1}\boldsymbol{v}$ последнего существует, если $\det M \neq 0$ и совпадает с истинным значением $\boldsymbol{\theta}$ при $\boldsymbol{\xi} = 0_{2n,1}$.

5. Пример

Пусть имеется полностью управляемый асимптотически устойчивый объект, описываемый разностным уравнением

$$\begin{aligned} &y(k) - 2{,}937y(k-1) + 2{,}877y(k-2) - 0{,}940y(k-3) = \\ &- 9{,}712\cdot 10^{-5}u(k-1) + 5{,}235\cdot 10^{-6}u(k-2) + 9{,}674\cdot 10^{-5}u(k-3) \\ &+ 8{,}205\cdot 10^{-7}f(k-1) + 3{,}231\cdot 10^{-6}f(k-2) + 7{,}954\cdot 10^{-7}f(k-3), \end{aligned} \tag{16}$$

$k = \overline{1, N}$, с возмущением

$$f(k) = \operatorname{sign}(\sin 0{,}0275k). \tag{17}$$

На вход объекта подается испытательный сигнал

$$u(k) = 3(\sin 0{,}002k + \sin 0{,}01k + \sin 0{,}05k). \tag{18}$$

Задача состоит в том, чтобы по известным (полученным в результате моделирования уравнения (16)) значениям $y(k)$ и $u(k)$ найти оценки коэффициентов объекта.

Примечание 1. Разностное уравнение (16) соответствует [10] дифференциальному

$$\dddot{y} + 6{,}2\ddot{y} + 26{,}2\dot{y} + 5y = -2\dot{u} + 5u + f \tag{19}$$

и получено путем дискретизации последнего с интервалом дискретности $h = 0{,}01$ с. Для сравнения результатов идентификации с коэффициентами передаточной функции

$$w(s) = \frac{-2s + 5}{s^3 + 6{,}2s^2 + 26{,}2s + 5} \tag{20}$$

дискретное описание объекта преобразуется к непрерывному. ■

Численные эксперименты проводились в системе MATLAB.

Первый эксперимент. Пусть начальные условия $y(0) = y(1) = 0$ и $y(-2) = 1$. Передаточная функция идентифицированного объекта при $N = 75$ имеет вид

$$\hat{w}(s) = \frac{-6{,}01\cdot 10^{-3}s^2 - 1{,}937s + 4{,}905}{s^3 + 6{,}1995s^2 + 26{,}198s + 4{,}983}. \tag{21}$$

Второй эксперимент. Используем при тех же начальных условиях алгоритм идентификации в установившемся режиме. Передаточная функция идентифицированного объекта при $N = 75$ имеет вид

$$\hat{w}(s) = \frac{566{,}74s^2 - 217s - 114{,}8}{s^3 + 2{,}947s^2 + 4{,}142s - 0{,}2298}. \tag{22}$$

Точность же идентификации первого эксперимента достигается при $N = 94\,500$ (при этом приходится ждать $31{,}5$ с. ($N = 3\,150$), пока <успокоится> переходный процесс). Передаточная функция в этом случае имеет вид

$$\hat{w}(s) = \frac{0{,}01598s^2 - 2{,}083s + 5{,}197}{s^3 + 6{,}354s^2 + 27{,}17s + 5{,}209}. \tag{23}$$

Примечание 2. Точности идентификации первого эксперимента можно достичь за $N = 6\,300$ если при этом подождать 63 с. ($N = 6\,300$), пока «успокоится» переходный процесс. Передаточная функция в этом случае примет вид

$$\hat{w}(s) = \frac{0{,}001155s^2 - 1{,}978s + 4{,}945}{s^3 + 6{,}192s^2 + 25{,}92s + 4{,}947}. \tag{24}$$

Примечание 3. Для сравнения, точная передаточная функция (20) объекта имеет вид:

$$w(s) = \frac{-2s + 5}{s^3 + 6{,}2s^2 + 26{,}2s + 5}. \tag{25}$$

Список литературы

1. Граничин О.Н., Поляк Б.Т. Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах. М.: Наука, 2003. 291 с.
2. Бунич А.Л., Бахтадзе Н.Н. Синтез и применение дискретных систем управления с идентификатором. М.: Наука, 2003. 232 с.
3. Александров А.Г. Конечно-частотная идентификация дискретных объектов // Труды 6-го Санкт-Петербургского симпозиума по теории адаптивных систем, посвященного памяти Я.З. Цыпкина. SPAS '99. СПб., 7-9 сентября 1999. Т. 2. С. 5-8.
4. Александров А.Г., Орлов Ю.Ф. Конечно-частотная идентификация: неустановившиеся процессы // Труды Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» ММТТ-21. Саратов, 27-31 мая 2008 г.
5. Александров А.Г., Орлов Ю.Ф. Сравнение двух методов идентификации при неизвестных ограниченных возмущениях // АиТ. 2005. Т. 66, № 10. С. 128-147.
6. Shinbrot M. On the analysis of linear and nonlinear systems // Trans. ASME. 1957. Vol. 79. P. 547-552.
7. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 688 с.
8. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
9. Александров А.Г. Метод частотных параметров // АиТ. 1989. Т. 50, № 12. С. 3-15.
10. Graebe S.F. Robust and adaptive control of an unknown plant: A benchmark of new format // Preprints of 12th World Congress of IFAC. Sydney, Australia, 1993. VOl. 3. P. 165-170.