К КОНСТРУКТИВНОЙ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

А.Г. АЛЕКСАНДРОВ
Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН
Россия,117997,Москва,Профсоюзная ул.,65
E-mail: alex7@ipu.rssi.ru

Развивается концепция конструктивной теории автоматического управления,основу которой составляют понятия установившейся ошибки, времени регулирования, максимальной ошибки по регулируемой переменной,обобщенные для случая неизвестных ограниченных внешних возмущений и задающих воздействий. В ее рамках построен метод синтеза регуляторов одномерных объектов при ограниченных полигармонических внешнем возмущении и задающем воздействии, которые являются суммой неограниченного числа гармоник с неизвестными амплитудами и частотами. Цель управления-обеспечение заданных допусков на установившуюся ошибку и время регулирования. Опираясь на этот метод и конечно-частотную идентификацию предложен алгоритм адаптивного управления объектами с неизвестными коэффициентами при таком полигармоническом внешнем возмущении.

Ключевые слова:конструктивная теория, прямые показатели, синтез регуляторов, идентификация, адаптивное управление.

TOWARD CONSTRUCTIVE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL /A.G.Alexandrov (Institute of Control Sciences, 65 Profsoyuznaya, Moscow 117997, Russia, E-mail:alex7@ipu.rssi.ru).

A conception of a constructive theory of automatic control is developed. It is based on the known notations of the steady -state error, settling time and maximal error, which are generalized for a case of an unknown bounded external disturbance. A technique of controller design for a SISO plant subject to a bounded disturbance with an infinite number of unknown harmonics is proposed.The control purpose is the steady -state error and settling time. Using this technique and the finite-frequency identification method, an algorithm of an adaptive control for the plant with unknown coefficients, which is subject to the bounded disturbance, is presented.

Key words: constructive theory, direct performance indices, controller design,identification, adaptive control.

1 Введение

Теория автоматического управления развивается в нескольких направлениях, которые отличаются моделями целей управления и среды.

Цели управления выражаются показателями, которые разделяются на прямые и косвенные. Прямыми показателями являются установившаяся ошибка, время регулирования, перерегулирование (максимальная ошибка), а косвенными – значение квадратичного функционала, области расположения корней характеристического полинома системы, H_∞ норма передаточной матрицы системы и т.д.

Среда-это материальный мир , окружающий систему управления. Его влияние описывается функциями внешнего возмущения и задающего воздействия.

Модели целей и среды являются некими постулатами(аксиомами) и в зависимости от набора этих постулатов развиваются различные направления, которые являются, в сущности, различными теориями, слабо связанными друг с другом и различающиеся методами исследования и содержательностью результатов с теоретической и практической точек зрения.

Выделим некоторые из этих направлений, которые доминировали в различные периоды развития теории автоматического регулирования.

В период 1935–1960 гг. сложилось направление,
часто называемое классической теорией управления [1] , в котором цели описываются прямыми показателями,а внешнее возмущение и задающее воздействие - ступенчатые либо гармонические функции (с заданными границами их амплитуд). При этих предположениях были разработаны методы построения одномерных систем.

В последующие 20 лет доминировала стохастическая теория управления [2] , где среда описывается случайными процессами, а цель управления – это математическое ожидание квадратичного функционала. В этом направлении были получены эффективные методы оптимального управления в многомерных системах: LQG -оптимизация, фильтр Калмана, а также аналитическое конструирование регуляторов (LQ -оптимизация)[3], в котором внешнее возмущение отсутствует.

Последние 20 лет доминирует минимаксная теория управления, развиваемая в рамках H_∞ и l_1 оптимального управления [4] . В первом случае цель управления описывается H_∞ нормой передаточной матрицы системы, а внешнее возмущение исчезающая функция, определяемая из условия максимума квадратичного функционала, который минимизируется управлением. В l_1 оптимизации цель управления-минимум максимальной ошибки , а внешнее возмущение-неизвестная ограниченная функция.

С теоретической точки зрения, эти и другие направления, исходящие из различных моделей цели и среды, являются равнозначными. Однако, для непосредственной связи этих направлений с реальностью необходимо выполнение следующих условий.

Первое условие: цели управления должны допускать их экспериментальную проверку

Для прямых показателей это условие выполняется,а для косвенных показателей его трудно выполнить.

Второе условие: среда описывается заданными функциями времени и неизвестных параметров (типовые внешнее возмущение и задающее воздействие)

Эти функции определяются природой области применения системы управления (авиация,роботы,электроэнергетика и т. п.). Они не могут быть определены в рамках теории автоматического управления, так как это приводит к неоправданным сужению либо расширению класса внешних возмущений и задающих воздействий. Так, стохастическая теория управления исходит из узкого класса внешних возмущений типа "белый либо цветной шум". Еще более узок класс внешних возмущений (функции стремящиеся к нулю) при H_∞ оптимальном управлении.С другой стороны, в l_1 оптимальном управлении предполагается , что внешнее возмущение-неизвестная ограниченная функция.При таком привлекательном предположении может не существовать управления при котором достигается цель управления либо это управление оказывается неоправданно сложным, так как оно учитывает ситуации, которые не возможны для заданной области применения системы управления. Такие ситуации исключаются с помощью типового внешнего возмущения.

Эти условия выполняются в конструктивной теории управления[5], которая развивается с 1970г в рамках аналитического синтеза регуляторов, где были исследованы свойства LQ -оптимальных систем и дан способ выбора структуры и коэффициентов квадратичного функционала, при котором оптимальная система обладает (для определенных структур уравнений объектов управления) требуемыми прямыми показателями при ступенчатых и гармонических типовых воздействиях. Некоторые итоги развития аналитического синтеза подведены в монографии [6].

Разработка метода конечно-частотной идентификации [7], который позволяет найти коэффициенты объекта управления при неизвестных ограниченных внешних возмущениях, дала возможность построить частотное адаптивное модальное управление [8]для широкого класса внешних возмущений.

В настоящей работе аналитический синтез развивается для случая, когда внешнее возмущение- ограниченная полигармоническая функция, являющаяся суммой бесконечного числа гармоник с неизвестными амплитудами и частотами.Используя метод конечно-частотной идентификации строится адаптивное управление, обеспечивающее прямые показатели точности и качества при полигармонических внешних возмущениях и неизвестных коэффициентах объекта.

Для краткости рассматривается одномерный случай (измеряемая переменная объекта и управление- скалярные функции).

Работа построена следующим образом.В разделах 2 и 3 развивается концепция конструктивной теории: на основе уравнений возмущенного и невозмущенного движения обосновываются прямые показатели и формулируются постулаты (требования к системе управления)теории.Раздел 4 аналитическому синтезу регуляторов, а в разделе 5 излагается частотное адаптивное управление. В разделе 6 приводятся краткие сведения о программном обеспечении конструктивной теории.

2 Модели системы управления

2.1 Программное управление и уравнения возмущенного движения

Рассмотрим объект управления, описываемый уравнениями

$$\begin{aligned} &\dot{\nu} = \varphi^{(1)}(\nu,\, æ,\, f,\, p,\, t)\,, \qquad t \geq t_0 \\ &\xi = \varphi^{(2)}(\nu,\, t)\,, \qquad \psi = \varphi^{(3)}(\nu,\, t)\,, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\nu(t)$ – n-мерный вектор переменных объекта, $\dot{\nu}(t)$ – его производная , t – время, t_0 – заданный момент времени, $æ(t)$ – управление, $f(t)$ – внешнее возмущение, p – n_p -мерный вектор параметров, $\xi(t)$ – переменная, отклонения от которой измеряются,$\psi(t)$-регулируемая переменная, $\varphi^{(1)}$ – известная n -мерная вектор-функция такая, что решение уравнения (1) существует и единственно, $\varphi^{(i)}$ $(i = 2, 3)$ – известные функции своих аргументов.

Начальные условия и параметры – неизвестные числа, удовлетворяющие неравенствам

$$\sum_{i=1}^{n} \nu_i^2(t_0) \leq \nu^{*2}, \tag{2}$$

$$\underline{p} \leq p_i \leq \bar{p}_i \qquad (i = \overline{1, n_p}), \tag{3}$$

в которых ν^*, $\underline{p_i}$ и $\bar{p}_i$ $(i = \overline{1, n}$ – известные числа.

Внешнее возмущение $f(t)$ – неизвестная ограниченная функция:

$$|f(t)| \leq f^*. \tag{4}$$

Здесь f^* – известное число.

Управление $æ(t)$ служит для достижения заданной цели, которая описывается совокупностью неравенств для переменных объекта. Оно не может быть полностью определено до начала (t_0) функционирования объекта, так как начальные условия, внешнее возмущение и параметры объекта, удовлетворяющие неравенствам (2)–(4), неизвестны. В связи с этим управление $æ(t)$ содержит две компоненты

$$æ(t) = u_{\text{пр}}(t) + u(t), \tag{5}$$

первая их которых $u_{\text{пр}}(t)$ – програмное управление, вторая – $u(t)$ – выход регулятора.

Програмное управление строится как функция времени на основе известной информации об объекте. Это означает, что в уравнении (1) полагают

$$f(t) = 0, \qquad p = p_{\text{пр}}, \qquad \nu(t_0) = \nu^*_{\text{пр}}, \tag{6}$$

где $p_{\text{пр}}$, $\nu^*_{\text{пр}}$, $\bar{\nu}^*_{\text{пр}}$ – заданные вектора.

Используя уравнения (1) при условии (6), из целевых условий находят программное управление

$$æ(t) = u_{\text{пр}}(t). \tag{7}$$

Этому управлению соответствует программное движение $\nu_{\text{пр}}(t)$, являющееся решением уравнения (1) при условии (6), и функции $\xi_{\text{пр}}(t) = \varphi^{(2)}(\nu_{\text{пр}},\, t)$ и

$$\psi_{\text{пр}}(t) = \varphi^{(3)}(\nu_{\text{пр}},\, t)\,. \tag{8}$$

Представляя решения уравнений (1) как

$$\nu = \nu_{\text{пр}} + x, \qquad \psi = \psi_{\text{пр}} + z, \qquad \xi = \xi_{\text{пр}} + y, \tag{9}$$

запишем уравнения возмущенного движения

$$\begin{aligned} &\dot{x} = \varphi^{(1)}(\nu_{\text{пр}} + x,\, u_{\text{пр}} + u,\, f,\, p,\, t) - \dot{\nu}, \\ &y = \varphi^{(2)}(\nu_{\text{пр}} + x,\, t) - \xi_{\text{пр}}, \quad z = \varphi^{(3)}(\nu_{\text{пр}} + x,\, t) - \psi_{\text{пр}}. \end{aligned} \tag{10}$$

2.2 Уравнения первого приближения

Разлагая функции $\varphi^{(i)}$ $(i = 1, 2, 3)$ в ряд Тейлора в окрестности известных функций

$$\nu(t) = \nu_{\text{пр}}(t), \;\; æ(t) = u_{\text{пр}}(t), \;\; f(t) = 0, \;\; p = p_{\text{пр}}, \tag{11}$$

и опуская нелинейные слагаемые, получим уравнения первого приближения

$$\begin{aligned} &\dot{x} = A(t)x + b^{(2)}(t)u + b^{(1)}(t)f, \;\; t \geq t_0 \\ &y = c^{(2)}(t)x, \;\; z = c^{(1)}(t)x, \end{aligned} \tag{12}$$

в которых элементы матрицы и векторов имеют вид

$$a_{i,j}(t)=\left.\frac{\partial\varphi_i^{(1)}}{\partial\nu_j}\right|^* \ (ij=\overline{1,n}),\ \ b_i^{(2)}(t)=\left.\frac{\partial\varphi_i^{(1)}}{\partial æ}\right|^*,\ \ b_i^{(1)}(t)=\left.\frac{\partial\varphi_i^{(1)}}{\partial f}\right|^*,\ \ i=\overline{1,n},$$

$$c_i^{(2)}(t)=\left.\frac{\partial\varphi^{(2)}}{\partial\nu_i}\right|^*,\ \ c_i^{(1)}(t)=\left.\frac{\partial\varphi^{(3)}}{\partial\nu_i}\right|^*,\ \ i=\overline{1,n} \tag{13}$$

Символ $\Big|^*$ означает, что производные вычисляются при значениях (11).

Матрица и вектора уравнений (12) являются функциями времени, которые заменяются кусочно-постоянными функциями и эти уравнения принимают вид

$$\begin{aligned}&\dot{x}=A_{[j]}x+b_{[j]}^{(2)}u+b_{[j]}^{(1)}f,\ \ t_{j-1}\le t\le t_j, j=\overline{1,N_o}\\ &y=c_{[j]}^{(2)}x,\ \ z=c_{[j]}^{(1)}x,\end{aligned} \tag{14}$$

где $j \quad (j=1,...,N_o)$ – номер интервала стационарности обьекта (номер режима работы объекта), в течении которого его коэффициенты постоянны. Длительность этих интервалов достаточно велика так, что модули компонент вектор-функции $x(t)$,возбужденные начальными условиями при $f(t)=u(t)=0$, в конце $j-$ того интервала не превышают заданных достаточно малых чисел. При такой длительности говорят, что объект удовлетворяет *гипотезе квазистациорности.*Если внешнее возмущение $f(t)$-кусочно-постоянная функция, длительность интервалов постоянства которой велика в описанном выше смысле,то будем говорить, что внешнее возмущение также удовлетворяет *гипотезе квазистациорности.*

С физической точки зрения, основанием для замены уравнений (12) уравнениями (14) служит тот факт, что программное движение является несоизмеримо более "медленным", чем собственное движение объекта, описываемое уравнениями (14) на каждом интервале. Точность этой замены можно проверить, сравнивая результаты численного решения уравнений (12) и (14) при одинаковых начальных условиях и типовых функциях $u(t)$ и $f(t)$.

Допустимая область применимости уравнений (14) (как и (12)) ограничена условиями

$$|x_i(t)|\le\varepsilon_i^x,\ \ (i=\overline{1,n}), \tag{15}$$

в которых ε_i^x , $(i=\overline{1,n})$ – положительные числа, такие, что решения уравнений (14) и (10) достаточно близки при заданных начальных условиях и заданных функциях $u(t)$ и $f(t)$.

Для простоты, далее рассматривается лишь один режим работы объекта и поэтому опустим в уравнениях (14) нижний индекс $[j]$ и запишем их в несколько более общей форме как

$$\dot{x}=Ax+b^{(2)}u+b^{(1)}f,\qquad y=c^{(2)}x+d^{(2)}u,\qquad z=c^{(1)}x+d^{(1)}u, \tag{16}$$

где $d^{(1)}$ и $d^{(2)}$ -числа.

Часто в этих уравнениях $z = y$ и тогда они используются в форме "вход-выход":

$$y^{(n)}+d_{n-1}y^{(n-1)}+\ldots+d_0 y = k_\gamma u^{(\gamma)}+\ldots+k_0 u+m_\delta f^{(\delta)}+\ldots+m_0 f, \;\; \gamma \le n, \;\; \delta \le n \tag{17}$$

Числа d_i,k_j,m_p,($i = \overline{0, n-1}$,$j = \overline{0,\gamma}$,$p = \overline{0,\delta}$) определяются матрицей и векторами уравнений (16).

2.3 Регулятор

Функция $\psi_{\text{пр}}(t)$ соответствует целям (выражает цели) управления. Однако она может быть реализована лишь в "идеальных" условиях, когда начальные условия, внешнее возмущение и вектор параметров известны ($\nu(t_0) = \nu^*_{\text{пр}}$, $f(t) = 0$, $p = p_{\text{пр}}$).

Реальная функция $\psi(t)$ отличается от "идеальной" $\psi_{\text{пр}}(t)$ из-за того, что условия (6) не выполняются и поэтому необходимо дополнительное управление, которое зависит от реализовавшихся значений $\nu(t_0)$, $f(t)$ и вектора p. Сведения об этих значений неявно содержатся в измеряемой переменной $y(t)$, которая используется в регуляторе, формирующем дополнительное управление.

Для описания регулятора обозначим u_0^t функцию $u(t)$,определенную на интервале $[t_0, t]$. Аналогичное обозначение будем использовать для переменной $y(t)$.

Опишем регулятор уравнением

$$\varphi_c(u_0^t, y_0^t, p_c,\ t) = 0, \tag{18}$$

которое однозначно разрешимо относительно u_0^t, и где p_c – n_p-мерный вектор параметров регулятора.

Построение оператора φ_c и вектора параметров p_c при известном векторе $p_{\text{пр}}$ называется синтезом регулятора. Если оператор φ_c задан, то синтез описывается как

$$p_c = \mu(p_{\text{пр}}), \tag{19}$$

где μ-n_p-мерная вектор-функция.

Приведем важный частный случай регулятора , когда он описывается уравнением

$$g_{n_c} u^{(n_c)} + \ldots + g_0 u = r_{m_c} y^{(m_c)} + \ldots + r_0 y, \;\; m_c \le n_c, \tag{20}$$

Для этого случая в уравнении (19) вектор $p_{\text{пр}} = [d_{n-1}, ..., d_0, k_\gamma, ..., k_0]$.

Цель регулятора состоит в том, чтобы регулируемая переменная $z(t) = \psi(t) - \psi_{\text{пр}}(t)$ не превышала заданной величины z^* :

$$|z(t)| \le z^*, \qquad t \ge t_0. \tag{21}$$

Регулятор включает в себя три устройства: измерительное и исполнительное, а также устройство реализации алгоритма преобразования $y(t)$ в $u(t)$.

Измерительное устройство имеет естественный предел измерения ($\pm y_{\text{нас}}$) и поэтому измеряемый выход объекта (10) не должен превышать эту величину:

$$|y(t)| \le y_{\text{нас}}, \tag{22}$$

где $y_{\text{нас}}$ – известное число.

В противном случае информация об объекте поступает для преобразования в соответствии с алгоритмом управления лишь как значения $+y_{\text{нас}}$, либо – $-y_{\text{нас}}$. Во многих случаях таких сведений недостаточно для обеспечения требования (21).

Исполнительное устройство часто относят к объекту управления. В этом случае $u(t)$ – сигнал на входе исполнительного устройства имеет ограничения ($\pm u_{\text{нас}}$):

$$|u(t)| \le u_{\text{нас}}, \tag{23}$$

где $u_{\text{нас}}$ – известное число.

Если это неравенство нарушается, то исполнительное устройство воспринимает лишь $+u_{\text{нас}}$ и $-u_{\text{нас}}$, что может оказаться недостаточным для выполнения требования (21).

2.4 Следящие системы (системы с задающим воздействием)

Цель управления для ряда объектов задается с помощью жедаемой функции регулируемой переменной $\psi_{\text{пр}}(t)$, которая задана лишь в текущий момент времени работы объекта.Такую функцию далее будем обозначать как $v(t) = \psi_{\text{пр}}(t)$. При этом измерению доступна только разность $\psi(t) - v(t)$.

Это означает,что

$$y(t) = z(t) = \psi(t) - v(t). \tag{24}$$

Функция $v(t)$, называемая задающим воздействием, априори неизвестна, поэтому полагают

$$u_{\text{пр}}(t) = 0. \tag{25}$$

и управление осуществляется регулятором (18).

Коэффициенты уравнений (12) находят по формулам (13), где

$$\nu_{\text{пр}}(t) = \dot{\nu}_{\text{пр}}(t) = u_{\text{пр}}(t) = 0, \qquad f(t) = 0, \qquad p = p_{\text{пр}}. \tag{26}$$

3 Требования к системе управления (Постулаты)

3.1 Внешнее возмущение и задающее воздействие

Материальный мир, не включающий в себя систему управления (10), (18), называется средой. Внешнее возмущение $f(t)$ – это модель воздействия среды на систему управления. Обычно об этой функции имеется значительно больше сведений, чем её ограниченность числом f^*. Эти сведения зависят от области парименения системы управления (транспорт, энергетика, нефте-газовая промышленность и т.п.). В связи с этим будем полагать, что

$$f(t) = f^s\left(p_f,\ t\right), \tag{27}$$

где p_f – n_f-мерный вектор параметров внешнего возмущения, f^s – известная функция, которая определяется областью применения системы управления. Вектор p_f – неизвестен и его компоненты удовлетворяют неравенствам

$$\underline{p}_{fi} \le p_{fi} \le \bar{p}_{fi}, \tag{28}$$

в которых $\underline{p}_{fi}$ и p_{fi} $(i = \overline{1, n_f}$ – известные числа.

Функция $f^s(p_f, t)$ такова, что для всех значений параметров из множества (28)

$$\left|f^s\left(p_f,\ t\right)\right| \le f^*, \quad t_0 \le t \le \infty. \tag{29}$$

При этом граница f^* должна достигаться:

$$\sup_{t_0 \le t \le \infty} f^s\left(p_f,\ t\right) = f^*. \tag{30}$$

Функция $f^s\left(p_f,\ t\right)$ называется *типовым внешним возмущением.*

Далее будем использовать обозначение

$$p_f \in \Omega_f, \tag{31}$$

где Ω_f – множество , описываемое неравенствами (28) и (29).

Изложенное полностью сохраняется для задающего воздействия и поэтому

$$v(t) = v^s\left(p_v,\ t\right), \tag{32}$$

где p_v – n_v-мерный вектор параметров задающего воздействия, v^s – известная функция, которая определяется областью применения системы управления. Вектор p_v – неизвестен и его компоненты удовлетворяют неравенствам

$$\underline{p}_{vi} \le p_{vi} \le \bar{p}_{vi}, \tag{33}$$

в которых $\underline{p}_{vi}$ и p_{vi} ($i = \overline{1, n_v}$ – известные числа.

Функция $v^s(p_v, t)$ такова, что для всех значений параметров из множества (33)

$$|v^s\,(p_v,\,t)| \leq v^*, \quad t_0 \leq t \leq \infty, . \tag{34}$$

При этом граница v^* должна достигаться:

$$\sup_{t_0 \leq t \leq \infty} v^s\,(p_f,\,t) = v^*. \tag{35}$$

Функция $v^s\,(p_v,\,t)$ называется *типовым задающим воздействием.*

Далее будем использовать обозначение

$$v \in \Omega_v, \tag{36}$$

где Ω_v – множество , описываемое неравенствами (33) и (34).

3.2 Цели управления (Прямые показатели точности и качества)

Процесс по регулированию переменной $z(t)$ системы (10), (18) разделяют во времени два процесса: переходной и установившийся. Первый из них вызывается начальными условиями и изменением состояния системы при возникновении внешнего возмущения. Установившийся процесс – это обычный режим работы системы, обусловленный внешним возмущением. По истечению некоторого времени, называемым временем регулирования, переходной процесс затухает до установившегося. Опишем понятия прямых показателей , предполагая, что параметры объекта известны ($p = p_{\text{пр}}$). Кроме того, для простоты будем полагать, что задающее воздействие отсутствует $v = 0$.

Рассмотрим вначале свободное движение системы, когда внешнее возмущение отсутствует ($f(t) = 0$).

Определение 1. Ошибка регулирования при свободном движении системы – это число

$$z_{\text{св},m} = \sup_{\substack{\nu(t_0) \in \Omega_0 \\ t_0 \leq t < \infty}} |z(t)|, \tag{37}$$

где $\Omega_0 \in R^n$ – множество, описываемое неравенствами (2).

Определение 2. Время регулирования при свободном движении системы – это минимальное положительное число t_c такое, что начиная с момента времени $t_0 + t_c$ выполняется условие

$$\sup_{\nu(t_0) \in \Omega_0} |z(t)| \leq z_{\text{св}}, \qquad t \geq t_0 + t_c, \tag{38}$$

в котором $z_{\text{св}}$ – заданное число.

Рассмотрим теперь случай, когда $f(t) \neq 0$.

Определение 3. Ошибка регулирования

$$z_m = \sup_{\substack{\nu(t_0)\in\Omega_0 \\ t_0\le t<\infty \\ f\in\Omega_f}} |z(t)|. \tag{39}$$

Определение 4. Установившаяся ошибка – это минимальное положительное число $z_{\text{ст}}$ такое, что для всех $t_1 > t_0$

$$\sup_{\substack{\nu(t_0)\in\Omega_0 \\ f\in\Omega_f}} |z(t)| \le z_{\text{ст}}, \qquad t_1 \le t < \infty, \qquad t_0 \le t_1 < \infty. \tag{40}$$

Введем число

$$z_p = \max(z_{\text{св}}, \;\; z_{\text{ст}} + \varepsilon), \tag{41}$$

где ε – заданное, достаточно малое число.

Определение 5. Время регулирования – это минимальное положительное число t_p такое, что, начиная с момента времени $t_0 + t_p$ выполняется неравенство

$$\sup_{\substack{\nu(t_0)\in\Omega_0 \\ f\in\Omega_f}} |z(t)| \le z_p, \qquad t_0 + t_p \le t < \infty. \tag{42}$$

Число $z_{\text{ст}}$ называется показателем точности системы, а числа z_m и t_p – показателями её качества.

3.3 Косвенные показатели точности и качества

В теории управления широко используют в качестве цели управления:

а)квадратичные функционалы вида

$$I = \int_0^\infty (qz^2 + u^2)dt, \tag{43}$$

где q-заданное положительное число.При этом предполагается ,что внешнее возмущение отсутствует $(f(t) = 0)$,

b)корни характеристического полинома системы (17),(20),который имеет вид

$$d^s(s) = d(s)g(s) - k(s)r(s), \tag{44}$$

где $d(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} d_i s^i, k(s) = \sum_{i=0}^{\gamma} k_i s^i, g(s) = \sum_{i=0}^{n_c} g_i s^i, r(s) = \sum_{i=0}^{n_c} r_i s^i,$

c)значение H_∞ нормы передаточной функции системы (16),(20), связывающей регулируемую переменную и внешнее возмущение.

Эти цели управления называют ,в отличие от прямых показателей $z_{\text{ст}}$,z_m и t_p, косвенными показателями точности и качества.В ряде случаев они служат для оценки прямых показателей. Так,корни характеристического полинома (44)характеризует время регулирования,H_∞ норма-амплитуду регулируемой переменной при гармоническом внешнем возмущении.

Недостатком косвенных показателей является то ,что они не могут быть определены экспериментально.Кроме того, показатели b) и c) относятся к линейной модели (16) нелинейного объекта (10) и поэтому они не могут быть определены (в отличие от прямых показателей) при численном моделировании системы (10),(18) и ее экспериментальном исследовании.

3.4 Параметрические возмущения

Вектор

$$\Delta p = p - p_{\text{пр}} \tag{45}$$

будем называть параметрическим возмущением и будем полагать, что его компоненты удовлетворяют условиям

$$|\Delta p_i| \leq \gamma_i p_{\text{пр,i}} \qquad (i = \overline{1, n_p}), \tag{46}$$

где γ_i $(i = \overline{1, n_p})$ – заданные числа.

Будем различать два вида параметрических возмущений: малые и большие.

Природа этих видов различна. Малые возмущения вызваны разбросом параматров объекта в пределах технологических допусков на изготовление узлов объекта, старением объекта и т.п. В этом случае числа γ_i $(i = \overline{1, n_p})$ находятся обычно в пределах $10^{-4} \div 10^{-1}$. Большие параметрические возмущения связаны с изменением режима работы объекта, его поломкой и т.п. В этом случае $1 \leq \gamma_i \leq 10$ (изменение режима), либо $10 \leq \gamma_i \leq 100$ $(i = \overline{1, n_p})$ (аварийная ситуация).

Можно разделить эти виды возмущений более строго. Регулятору (18), (19) соответствуют определенные показатели точности и качества. Если при параметрических возмущениях (46) эти показатели изменяются в допустимых пределах, то параметрические возмущения *мало сущесвенны.* В противном случае возмущения являются *существенными* и для сохранения показателей системы регулятор дополняется идентификатором, который находит оценки параметров объекта, либо оценки известных функций $\hat{\alpha}(p)$ этих параметров, и затем эти оценки используются в уравнении (19)и тогда

$$p_c = \mu(\hat{p}) \qquad \text{либо} \qquad \mathrm{p_c} = \mu_1(\hat{\alpha}(\mathrm{p})). \tag{47}$$

Точность работы идентификатора должна быть такой, чтобы параметрические возмущения $|p_i - \hat{p}_i|$ $(i = \overline{1, n_p})$ не преводили к нарушению допустимых пределов показателей системы, которые соответсвуют известным значениям вектора параметров p. Системы с идентификатором являются одним из классов адаптивных систем.

3.5 Запасы устойчивости по фазе и модулю

Рассмотрим случай малых параметрических возмущений. Признаком их малосущесвенности являются запасы устойчивости по фазе $\varphi_з$ и модулю L этих систем.

Регулятор системы (17),(20)должен синтезироваться так,чтобы выполнялись условия

$$\varphi_з \geq 45^\circ, \quad L \geq 2. \tag{48}$$

Далее будем использовать радиус запасов устойчивости.

Определение 6[9]. Радиус запасов устойчивости – это наибольшее положительное число r такое, что

$$[1 + w(-j\omega)]\,[1 + w(j\omega)] \geq r^2, \tag{49}$$

где $w(s) = -\frac{k(s)r(s)}{d(s)g(s)}$-передаточная функция разомкнутой системы (17),(20).

Геометрически число r – это радиус наибольшего круга с центром в точке $(-1; 0)$, в который не заходит годограф Найквиста. Он является обобщением понятий запасов устойчивости по фазе и модулю. Так, если $r = 0,75$, то запас по фазе $\varphi_з \geq 45^\circ$, запас по модулю $L \geq 1,75$. При $r = 1$ $\varphi_з \geq 60^\circ$, $L \geq 2$.

Будем называть систему (17),(20) грубой, если $r \geq 0,75$

3.6 Требования к системе управления (Постулаты)

Подитожим изложенное в форме следующих постулатов конструктивной теории.

AA1.Внешнее возмущение-известная функция с неизвестными параметрами

$$f(t) = f^s\left(p_f,\ t\right), \quad f \in \Omega_f, \tag{50}$$

AA2.Задающее воздействие-известная функция с неизвестными параметрами

$$v(t) = v^s\left(p_v,\ t\right), \quad v \in \Omega_v, \tag{51}$$

AB1. Установившаяся ошибка не должна превышать заданного числа $z^*_{ст}$

$$z_{ст} \leq z^*_{ст}. \tag{52}$$

AB2. Время регулирования не должно превышать заданного числа t^*_p

$$t_p \leq t^*_p. \tag{53}$$

AB3. Ошибка регулирования не должна превышать заданной величины z_m^*

$$z_m \leq z_m^*. \tag{54}$$

AC1. Измеряемая переменная объекта ограничена заданным числом

$$|y(t)| \leq y_{\text{нас}}, \qquad t \geq t_0. \tag{55}$$

AC2. Выход регулятора ограничен заданным числом $u_{\text{нас}}$

$$|u(t)| \leq u_{\text{нас}}, \qquad t \geq t_0 \tag{56}$$

AD1.Запасы устойчивости линейной модели (17),(20)системы должны удовлетворять условиям

$$\varphi_з \geq 45^\circ, \quad L \geq 2. \tag{57}$$

AD2.Параметрические возмущения не должны приводить к нарушению целевых условий (52)-(54)

Эти постулаты являются развитием положений классической теории на более широкий класс внешних возмущений и задающих воздействий.

3.7 Связь с другими направлениями.

Определяя место конструктивной теории , отметим ,во-первых, что она является развитием классической теории в следующих направлениях.

1.Расширение класса объектов, для которых синтезируется регулятор. Дело в том,что основным методом синтеза классической теории является метод логарифмических амплитудно-частотных характеристик (метод ЛАЧХ),который охватывает устойчивые, минимально-фазовые,одномерные объекты.

2.Расширение класса внешних возмущений и задающих воздействий, в качестве которых в классической теории используются ,в основном,ступенчатые либо гармонические функции.

3.Учет существенных параметрических возмущений.

Во-вторых,конструктивная теория использует результаты других направлений,в частности,LQ-оптимизации и минимаксной теории.

Отметим одно общее свойство этих направлений-однокритериальность. Действительно, в них показателем (критерием)качества системы величина одного показателя: математического ожидания функционала либо $H\infty$ нормы передаточной матрицы системы либо максимума регулируемой переменной и решение задачи синтеза состоит в оптимизации этого критерия.

Конструктивная теория-многокритериальна. Здесь три вокazателя: установившаяся ошибка, время регулирования, максимальная ошибка (перегулирование. Это существенно усложняет процесс синтеза так как требования к системе могут быть несовместными.

Кроме того, необходимо учитывать четвертый критерии: значения запасов устойчивости по фазе и модулю. это связано с тем, чтосинтез регуляторов по своей природе природе приводит к негрубым системам. Действительно, функция синтеза (52)... содержит в качесве аргумента точные значения параметров объекта, а их малые параметрические возмущения часто не учитываются при решении задач оптимизации и это приводит во многих случаях к негрубости стохастических и минимаксных систем.

4 Аналитический синтез регуляторов

4.1 Введение

Проблема синтеза регуляторов является одной из центральных в теории автоматического управления. Первым методом синтеза по прямым показателям был метод ЛАЧХ. Это графо-аналитический метод проб и ошибок позволяет синтезировать регуляторы для устойчивых, минимально-фазовых одномерных объектов.Появление в 1960г. аналитического конструирования регуляторов (LQ-оптимизации)открыло возможность существенного расширения класса объектов, для которых может быть синтезирован регулятор.В связи с этим начал развиваться аналитический синтез регуляторов [10], который исходит из прямых показателей точности и качества и использует процедуру АКОР. Он опирается на определение структуры и коэффициентов функционала оптимизации по прямым показателям.

Аналитический синтез регуляторов при ступенчатых и гармонических типовых внешних возмущениях развивался в работах [11]-[36]. В работе [16] рассматривается более общий случай, когда внешнее возмущение-ограниченная полигармоническая функция с *конечным* числом неизвестных гармоник. Процедура синтеза использует LQ и $H\infty$ -оптимизацию.

Ниже аналитический синтез регуляторов развивается для случая, когда внешнее возмущение либо задающее воздействие-ограниченные полигармонические функции с *бесконечным* числом неизвестных гармоник.

4.2 Минимально-фазовые объекты

4.2.1 Постановка задачи синтеза

Рассмотрим минимально-фазовый объект, описываемый уравнением (17), которое, после его преобразования по Лапласу при нулевых начальных условиях, принимает вид

$$d(s)y = k(s)u + m(s)f, \tag{58}$$

где $k(s)$-гурвицев полином (Полином называется гурвицевым, если вещественные части его корней -отрицательны), $f(t)$ – ограниченная, полигармоническая функция

$$f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} f_i \sin\left(\omega_i^f t + \phi_i^f\right), \tag{59}$$

в которой ω_i^f, ϕ_i^f $(i = \overline{1, \infty})$ – неизвестные частоты и фазы, а амплитуды f_i –неизвестные числа, удовлетворяющие неравенству

$$\sum_{i=0}^{\infty} |f_i| \le f^*, \tag{60}$$

где f^* – известное число.

Управление u формируется регулятором

$$g(s)u = r(s)y, \tag{61}$$

степени полиномов которого равны $n - 1$.

Требования к точности системы описываются неравенством

$$|y(t)| \le y^*, \ \ t \ge t_p, \tag{62}$$

где y^* – заданное число $y^* < y_{\text{нас}}$.

Для обеспечения требования к времени регулирования будем использовать косвенный показатель:

$$\min_{1 \le i \le 2n-1} |Res_i^s| \ge s_m^*, \tag{63}$$

где s_i^s $(i = \overline{1, 2n-1})$ – корни характеристического полинома системы (58), (61):

$$d^s(s) = d(s)g(s) - k(s)r(s), \tag{64}$$

в котором s_m^* – заданное число, ограничивающее значение корня системы ближайшего к мнимой оси плоскости корней, и характеризующее время регулирования (t_p).

Будем полагать, что число s_m^* удовлетворяет условиям

$$s_m^* < \min_{1 \le i \le n-1} \left|Res_i^k\right|, \ \ s_m^* < \min_{1 \le i \le \ell} |Res_i^m|, \tag{65}$$

где s_i^k $(i = \overline{1, \gamma})$ – корни полинома $k(s)$, s_i^m $(i = \overline{1, \delta})$ – корни полинома $m(s)$, δ – степень полинома $m(s)$, $\delta < n$.

Задача 1 (синтеза регуляторов) состоит в том, чтобы найти коэффициенты регулятора (61), такие, чтобы система (58), (61) удовлетворяла требованиям (62) и (63) к точности и времени регулирования, ограничению (56) на управление и была грубой.

4.2.2 Синтеза регулятора

Для простоты будем вначале полагать, что степень гурвицева полинома $k(s)$ $\gamma = n - 1$.

Рассмотрим регулятор (61) с полиномами

$$g(s) = k(s), \quad r(s) = d(s) - \delta(s), \tag{66}$$

где $\delta(s)$ – гурвицев полином, который находится из тождества

$$\delta(-s)\delta(s) = d(-s)d(s) + qm(-s)m(s), \tag{67}$$

в котором

$$q \geq \left(\frac{f^*}{y^*}\right)^2. \tag{68}$$

Утверждение 1. Объект (58), замкнутый регулятором (61) с полиномами (66), удовлетворяет требованию (62) к точности регулирования.

Доказательство При полигармоническом возмущении (59) выход системы (58), (61) описывается выражением

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_y(\omega_i^f)\sin(\omega_i^f t + \varphi_i^f), \tag{69}$$

в котором

$$a_y(\omega_i^f) = \left|T_{yf}(j\omega_i^f)\right| f_i, \quad (i = \overline{1, \infty}), \tag{70}$$

где $T_{yf}(s)$ – передаточная функция, связывающая вход системы с возмущением f. Эта передаточная функция имеет вид

$$T_{yf}(s) = \frac{g(s)m(s)}{d(s)g(s) - k(s)r(s)}. \tag{71}$$

Очевидно, что

$$\begin{aligned} &|y(t)| \leq \textstyle\sum_{i=1}^{\infty} \left|a_y(\omega_i^f)\right| = \sum_{i=1}^{\infty} |T_{yf}(j\omega_i^w)| \cdot |f_i| \leq \sum_{i=1}^{\infty} ||T_{yf}|| \, |f_i| = \\ &= ||T_{yf}|| \textstyle\sum_{i=1}^{\infty} |f_i| \leq ||T_{yf}|| \, |f^*, \end{aligned} \tag{72}$$

где $||T_{yf}|| = \max\limits_{0 \leq \omega < \infty} |T_{yf}(j\omega)| - H_\infty$ – норма передаточной функции $T_{yf}(j\omega)$.

Подставляя в (71) выражения (66) полиномов регулятора (61), получим

$$T_{yf}(s) = \frac{m(s)}{\delta(s)}. \tag{73}$$

Достаточным условием выполнения требований к точности (62) является неравенство $|y(t) \leq ||T_{yf}|| \, |f^* \leq y^*$ и условие (67), из которого следует, с учетом (73) выражение

$$\max_{0 \leq \omega < \infty} \frac{m(-j\omega)m(j\omega)}{d(-j\omega)d(j\omega) + qm(-j\omega)m(j\omega)} \leq \left(\frac{y^*}{f^*}\right)^2,$$

или

$$\max_{0\le\omega\le\infty} \frac{1}{\frac{d(-j\omega)d(j\omega)}{m(-j\omega)m(j\omega)}+q} \le \left(\frac{y^*}{f^*}\right)^2. \tag{74}$$

Так как $\frac{d(-j\omega)d(j\omega)}{m(-j\omega)m(j\omega)} > 0$, то из (74) следует неравенство (68).

Для выполнения требования (63) к времени регулирования сформируем характеристический полином системы (58), (61)

$$d^s(s) = k(s)\delta(s). \tag{75}$$

При выполнении первого из условий (65) время регулирования определяется корнями полинома $\delta(s)$. Если корни этого полинома не удовлетворяют требованиям (63), то увеличиваем параметр q до тех пор, пока требования к времени регулирования не выполнятся. Такое q всегда существует при выполнении второго из условий (65).

Для анализа грубости построенной системы запишем ее передаточную функцию

$$w(s) = -\frac{k(s)}{d(s)}\frac{r(s)}{g(s)} = -\frac{r(s)}{d(s)}. \tag{76}$$

Соответствующая ей передаточная функция

$$\begin{aligned} &[1+w(j\omega)][1+w(j\omega)] = \left.\frac{[d(-s)-r(-s)][d(s)-r(s)]}{d(-s)d(s)}\right|_{s=j\omega} = \\ &= \left.\frac{\delta(-s)\delta(s)}{d(-s)d(s)}\right|_{s=j\omega} = \left.\frac{d(-s)d(s)+qm(-s)m(s)}{d(-s)d(s)}\right|_{s=j\omega} = 1+q\frac{m(-j\omega)m(j\omega)}{d(-j\omega)d(j\omega)} \ge 1\,, \end{aligned} \tag{77}$$

и, следовательно, радиус запасов устойчивости $r=1$.

Выше предполагалось, что степень γ полинома $k(s)$ равна $n-1$. Если $\gamma < n-1$, то регулятор с полиномами (66) – не реализуем, так как $\deg g(s) < \deg r(s)$. В этом случае регулятор (61) находится как решение тождества Безу

$$d(s)g(s) - k(s)r(s) = \delta_1(s), \tag{78}$$

в котором гурвицев полином $\delta_1(s)$ находится из тождества

$$\delta_1(-s)\delta_1(s) = d(-s)d(s)k(-s)k(s)e(-s)e(s) + qk(-s)k(s)m(-s)m(s). \tag{79}$$

В этом тождестве полином $e(s)$ имеет степень $p = n-\gamma-1$ и он имеет вид

$$e(s) = \prod_{i=1}^{p}(T_i s+1) = e_p s^p + \cdots + e_1 s + 1, \tag{80}$$

где положительные числа T_i $(i=\overline{1,p})$ упорядочены следующим образом

$$1 > T_1 > T_2 > \ldots > T_p. \tag{81}$$

Известно [6], что существуют достаточно малые числа T_i $(i=\overline{1,p})$, что решение тождества Безу (78) при уменьшении T_i $(i=\overline{1,p})$ приближается к виду

$$g(s)=k(s)\varphi(s), \quad r(s)=d(s)-\delta(s), \tag{82}$$

в котором полином $\varphi(s)$ имеет коэффициенты

$$\varphi_i=e_i(1+\varepsilon_i) \ \ (i=\overline{1,p}), \tag{83}$$

где ε_i – исчезающие вместе с T_i $(i=\overline{1,p})$ числа.

Регулятор (61) с полиномами (82) – реализуем.

4.2.3 Учет ограничений на управление

Для учета ограничения (56) на управление рассмотрим выход регулятора системы (58),(61)...

$$u(t)=\sum_{i=1}^{\infty}a_u(\omega_i^f)\sin(\omega_i^f t+\varphi_{ui}^f), \tag{84}$$

где

$$a_u(\omega_i^f)=\left|T_{uf}(j\omega_i^f)\right| f_i, \quad (i=\overline{1,\infty}), \tag{85}$$

$T_{uf}(s)$ – передаточная функция, связывающая управление с возмущением f. Эта передаточная функция имеет вид

$$T_{uf}(s)=\frac{r(s)m(s)}{d(s)g(s)-k(s)r(s)}. \tag{86}$$

Аналогично (**??**) получим,что

$$|u(t)|\le ||T_{uf}||\,|f^*, \tag{87}$$

где $||T_{uf}||=\max\limits_{0\le\omega<\infty}|T_{uf}(j\omega)|-H_\infty$ – норма передаточной функции $T_{uf}(s)$.

Учитывая выражение (78) запишем на основе (**??**) условие, накладываемое на параметр q и обеспечивающее ограниченность управления числом $u_{\text{нас}}$:

$$\max_{0\le\omega\le\infty}\frac{r(-j\omega)r(j\omega)m(-j\omega)m(j\omega)}{\delta_1(-j\omega)\delta_1(j\omega)g(-j\omega)g(j\omega)}\le\left(\frac{u_{\text{нас}}}{f^*}\right)^2, \tag{88}$$

Процедура 1 (синтеза регуляторов минимально-фазового объекта).

Операция 1. Найти число q из равенства (68), вычислить полином $\delta_1(s)$ на основе тождества (79).

Операция 2. Вычислить корни полинома $\delta_1(s)$ и проверить выполнение требования (63) к времени регулирования. Если оно нарушается, увеличить

q , сформировать тождество (79), найти полином $\delta_1(s)$ и проверить неравенства (63) и т.д. до тех пор, пока это требование не выполнится. Обозначим $q = q^*$ число, при котором требование (63)к времени регулирования выполняется. Такое число всегда существует. Это следует из теоремы об асимптотических свойствах оптимальных законов управления [2] и свойств объекта (65).

Операция 3 Используя полином $\delta_1(s)$, полученный при $q = q^*$, найти из тождества Безу (78) полиномы регулятора и проверить неравенство (88). Если оно нарушается, то увеличивать параметр q (повторяя операции 1 и 2) до тех пор пока оно не выполнится при $q = q^{*}*$. Если числа $q = q^{*}*$ не существует, то уменьшать q до тех пор пока ограничение (88) не удовлетворится при $q = q^{*}**$. Если при этом нарушается требование (63)к времени регулирования, то это означает, что оно не совместно с ограничением на управление. Если не существует числа $q = q^{*}**$, то это свидетельствует о не совместности ограничений на управление и внешнее возмущение.

Примечание Рассмотрим случай, когда вместо полинома (79) используется полином более общего вида

$$\delta_1(-s)\delta_1(s) = d(-s)d(s)k(-s)k(s)e(-s)e(s) + qk(-s)k(s)p(-s)p(s), \qquad (89)$$

в котором $p(s)$-гурвицев полином степени $n-1$, коэффициенты которого выбираться. Тогда коэффициенты регулятора зависят от выбора коэффициентов этого полинома и параметра q.Однако, в этом случае перерегулирование выхода объекта при ступенчатом внешнем возмущении может оказаться недопустимо большим. Можно показать, что при $p(s) = m(s)$ и достаточно большом значении параметра q такого перерегулирования не возникает.

4.3 Неминимально-фазовые устойчивые объекты

Рассмотрим асимптотически устойчивый объект, описываемый уравнениями (58), у которого среди корней полинома $k(s)$ имеются корни, вещественные части которых положительны.

Представим этот полином как

$$k(s) = k_1(s)k_2(s), \qquad (90)$$

где $k_1(s)$ – гурвицев полином, $\deg k_1(s) = m_1$, а $k_2(s)$ – полином, все корни которого имеют положительные вещественные части $\deg k_2(s) = m_2$, $m_1 + m_2 = \gamma$. Для этого неминимально - фазового объекта требования к точности (62),с одной стороны , и требования к грубости и времени регулирования, с другой, противоречивы.

В связи с этим рассмотрим условия грубости системы с регулятором, получаемым из тождества (78). В этом случае

$$\begin{gathered}\left[1-\frac{k(-s)r(-s)}{d(-s)g(-s)}\right]\left[1-\frac{k(s)r(s)}{d(s)g(s)}\right]=\frac{\delta_1(-s)\delta_1(s)}{d(-s)d(s)g(-s)g(s)}= \\ =\frac{d(-s)d(s)k(-s)k(s)e(-s)e(s)}{d(-s)d(s)g(-s)g(s)}+q\frac{k(-s)k(s)m(-s)m(s)}{d(-s)d(s)g(-s)g(s)}.\end{gathered} \tag{91}$$

Для минимально-фазового объекта, рассмотренного ранее, в соответствии с (82) запишем

$$g(s)=k(s)\varphi(s), \tag{92}$$

и поэтому с учетом (83) первое слагаемое в последнем равенстве (91) близко к 1 ($r=1$), поэтому грубость системы не зависит от числа q, которое определяет, в соответствии с утверждением 1 , точность системы.

Для неминимально-фазового объекта подобная ситуация не имеет места. В частности,если бы полином регулятора $g(s)$ имел вид (92), то замкнутая им система имела бы характеристический полином

$$d^s(s)=k(s)\delta(s)=k_1(s)k_2(s)\delta(s) \tag{93}$$

с корнями, вещественная часть которых положительна.

С другой стороны, при $q=0$ основе тождества (78) получим регулятор с полиномами

$$g(s)=k_1(s)k_2(-s)e(s), \quad r(s)=0. \tag{94}$$

При таком регуляторе из (91) следует, что радиус $r=1$. Так как объект асимптотически устойчив, то такой вырожденный случай (регулятор отсутствует $r(s)=0$) возможен.

Так как коэффициенты полинома $\delta_1(-s)\delta_1(s)$ непрерывно зависят от параметра q, то существует некоторое $q\neq 0$, при котором система является грубой. Такое значение q и соответсвующие этому числу полиномы регулятора находятся с помощью следующей процедуры.

<u>Процедура 2</u>

<u>Операция 1</u> Найти полином $\delta_1(s)$ из тождества (79), при достаточно малом $q=q^*$.

<u>Операция 2</u> Определить полиномы регулятора из тождества Безу (79).

<u>Операция 3</u> Проверить неравенства

$$r\geq 0/75, \quad ||T_{uf}||\,|\leq\left(\frac{u_{\text{нас}}}{f^*}\right) \tag{95}$$

Если они выполняются, то увеличивать q до тех пор пока хотя бы одно из них не нарушится. При $q=q^**$, где q^**-значение параметра на шаге иттераций, предшествующем нарушению условий (**??**), проверяем выполнение требований (62) и (63) к точности и времени регулирования. Если эти требования не выполняются, то это означает, что они не совместны с ограничением на управление и грубостью.

Если при выбранном $q = q^*$ хотя бы одно из неравенств (**??**) нарушается, то уменьшаем q до тех пор пока они не выполнятся при некотором $q = q^{*}**$. Число $q = q^{*}**$ всегда существует. Это следует из непрерывной зависимости коэффициентов полинома $\delta_1(-s)\delta_1(s)$ параметра q, предельных соотношений (94) и выражений (91) и (**??**).

4.4 Синтез следящих систем.Ступенчатое задающее воздействие

Рассмотрим минимально-фазовый объект (58) при внешнем возмущении $f(t) = 0$.

Пусть имеется ступенчатое задающее воздействие ($v = v_0 = \text{const}$ при $t \geq t_0$ и $v = 0$ при $t \leq t_0$ $|v_0| < v^*$). В форме "вход - выход" система с задающим воздействием описывается уравнениями

$$d(s)y = k(s)u, \;\; z = y - v; \tag{96}$$

$$g(s)u = r(s)(y - v). \tag{97}$$

Переходя к решению задачи 1, рассмотрим регулятор с полиномами (66):

$$g(s) = k(s), \;\; r(s) = d(s) - \delta(s), \tag{98}$$

где $\delta(s)$ – гурвицев полином, определяемый из тождества (67):

$$\delta(-s)\delta(s) = d(-s)d(s) + qp(-s)p(s), \tag{99}$$

в котором $p(s)$ – некоторый заданный гурвицев полином ($\deg p(s) = \delta = n - 1, p_{n-1} = 1$), а параметр q удовлетворяет неравенству

$$q \geq \left(\frac{v^{*2}}{z_{\text{ст}}^{*2}} - 1\right)\frac{d_0^2}{p_0^2}. \tag{100}$$

Утверждение 2. Объект (96), замкнутый регулятором (97) с полиномами (98) удовлетворяет требованию (62) к точности.

Доказательство Введем передаточную функцию системы (96), (97) – $T_{yv}(s)$ – связывающую ее выход (y) с задающим воздействием v.

$$T_{yv}(s) = \frac{w(s)}{1 + w(s)}. \tag{101}$$

Полагая, для простоты, что среди корней полинома $d(s)$ объекта нет нулей, запишем на основе (101) выражение для установившегося выхода

$$y_{\text{ст}} = \frac{k_{\text{раз}}}{1 + k_{\text{раз}}}v_0, \tag{102}$$

где $k_{\text{раз}} = w(s)|_{s=0}$ – коэффициент передачи разомкнутой системы.

Установившаяся ошибка

$$z_{\text{ст}} = |y_{\text{ст}} - v_0| = \frac{|v_0|}{|1 + k_{\text{раз}}|}. \tag{103}$$

С другой стороны, по построению полиномов (98) регулятора выполняется тождество

$$[1 + w(-s)][1 + w(s)] = 1 + q\frac{p(-s)p(s)]}{d(-s)d(s)]}, \tag{104}$$

и следовательно

$$(1 + k_{\text{раз}})^2 = 1 + q\frac{p_0^2}{d_0^2}. \tag{105}$$

Из выражений (103) и (105) и требований к точности следует неравенство (100) утверждения.

Утверждение 3. При $q \to \infty$ передаточная функция системы $T_{yv}(s)$ стремится к выражению

$$T^*_{yv}(s) = \frac{-\sqrt{q}}{s + \sqrt{q}}, \quad \left(\lim_{q\to\infty} T_{yv}(s) = T^*_{yv}(s)\right). \tag{106}$$

Это выражение означает, что время регулирования в системе (96) – (98)

$$t_p \simeq \frac{3}{\sqrt{q}}, \tag{107}$$

а перерегулирование $\sigma \simeq 0$.

Доказательство Запишем передаточную функцию замкнутой системы, как

$$T_{yv}(s) = \frac{r(s)}{\delta(s)}. \tag{108}$$

При $q \to \infty$ полином
$\delta(-s)\delta(s) \simeq (s^2 - q)p(-s)p(s)$, и следовательно,

$$\delta(s) = (s + \sqrt{q})\, p(s). \tag{109}$$

Тогда

$$r(s) = d(s) - \delta(s) = (d_{n-1} - p_{n-2})\, s^{n-1} + \cdots + (d_1 - p_0)\, s + d_0 - \sqrt{q}\; p(s).$$

Если число $\sqrt{q}$ таково, что

$$|d_{i-1} - p_{i-2}| \le \sqrt{q}\; p_{i-1} \quad (i = \overline{1, n}),$$

то

$$r(s) = -\sqrt{q}\; (p(s) + \varepsilon(s)).$$

где ю..-полином, чьи коэффициенты можно (выбором достачно большого числа q) сколь угодно малыми. Подставляя это выражение в (108) получим, с учетом (109), передаточную функцию (106) утверждения.

Грубость рассматриваемой системы была установлена ранее.

4.5 Синтез следящих систем. Полигармонические задающее и возмущающее воздействия

Рассмотрим следящую систему (96), (97)при внешнем возмущении

$$d(s)y = k(s)u + f, \;\; g(s)u = r(s)(y - v), \;\; z = y - v; \tag{110}$$

где $f(t)$ –полигармоническая функция (59), а $v(t)$ – измеряемая, ограниченная, полигармоническая функция вида

$$v(t) = \sum_{i=1}^{\infty} v_i \sin\left(\omega_i^v t + \varphi_i^v\right), \tag{111}$$

в которой ω_i^v φ_i^v $(i = \overline{1, \infty})$ – неизвестные частота и фаза, а амплитуды v_i $(i = \overline{1, \infty})$ – неизвестные числа, удовлетворяющие неравенству

$$\sum_{i=1}^{\infty} |v_i| \leq \eta^*, \tag{112}$$

где η^* – известное число.

Задача состоит в том, чтобы построить грубую систему, обеспечивающую требование к точности.

Заметим, что даже при $f = 0$ требование к точности невозможно обеспечить при заданной ошибке z^*. Действительно, используя выражение (101), запишем передаточную функцию, связывающую ошибку z с задающим воздействием v $T_{zv}(s) = \frac{1}{1+w(s)}$ и учитывая, что $w(s) = \frac{r(s)}{d(s)}$ получим, с учетом тождества (99) при $m(s) = 1$

$$T_{zv}(-j\omega)T_{zv}(j\omega) = \left.\frac{d(-s)d(s)}{d(-s)d(s) + q}\right|_{s=j\omega}.$$

При любом сколь угодно большом значении параметра q найдется частота $\omega \to \infty$ такая, что

$$T_{zv}(-j\omega)T_{zv}(j\omega) \simeq 1. \tag{113}$$

Это означает, что высокочастотные гармоники задающего воздействия (111) будут воспроизводится системой (110) при $f = 0$ с ошибкой, равной величине амплитуды этих гармоник.

Чтобы избежать такой ситуации сформируем желаемый выход объекта с помощью эталонной модели, описываемой уравнением

$$y_m^{(n_m)} + d_{m,(n_m-1)}y_m^{(n_m-1)} + \cdots + d_{m,0}y_m = k_{m,p_m}v^{p_m} + k_{m,0}v, \tag{114}$$

где $d_{m,i}$ и $k_{m,j}$ $(i = \overline{0, n_m - 1},\ j = \overline{0, p_m})$ известные числа, полиномы $d_m(s) = s^{n_m} + \sum_{i=0}^{n_m-1} d_{m,i}s^i$ и $k_m(s) = \sum_{i=0}^{p_m} s^i$ – гурвицевы .

Пусть полиномы $d_m(s)$ и $k_m(s)$ удовлетворяют условию

$$\frac{|k_m(-j\omega)d(-j\omega)|}{|d_m(-j\omega)|} \leq \frac{f^*}{\eta^*}, \ \ \nu \leq \omega \leq \infty. \tag{115}$$

Утверждение 4. Если выполнено условие (115), а коэффициент q в тождестве (99) при $m(s) = 1$ удовлетворяет неравенству

$$q > \frac{4f^{*2}}{e^{*2}}, \tag{116}$$

где e^* – заданный модуль допустимой разности $e = y(t) - y_m(t)$ выходов объекта (замкнутого регулятором (97), (98)) и эталонной модели, то

$$|e(t)| \leq e^*. \tag{117}$$

Доказательство утверждения приведено в работе [**?**], где доказано также аналогичное утверждение для случая, когда неравенство (115) нарушается.

5 Частотное адаптивное управление

5.1 Введение

В теории адаптивного управления при неизвестных ограниченных внешних возмущениях можно выделить несколько направлений.

Первое из них связано с системами с эталонной моделью. Адаптивное управление в этих системах вначале строилось без учета внешних возмущений [17]-[19]. Затем, в работе [20] было показано, что эти системы могут терять устойчивость при внешних возмущениях. Это привело к появлению большого числа работ [21] по построению алгоритмов адаптивного управления, обеспечивающих стабилизацию в этих и других следящих системах при внешних возмущениях. При этом процесс адаптации сходится к некоторой, заранее неизвестной, ошибке слежения.

Начало второго направления было положено методом рекуррентных целевых неравенств [23],[22]. Важной особенностью этого направления является содержательность цели адаптивного управления, выраженной в форме ограничений (допусков) на отклонения установившегося выхода объекта. Решение задачи l_1 оптимизации [24], [25], было развито в работах [26], [27] на случай, когда коэффициенты объекта неизвестны. В этих работах квазиоценки находятся специальным методом градиентного типа, так, чтобы в установившемся режиме получить наименьшее отклонение выхода системы. Численная реализация полученного алгоритма адаптивного управления затруднена. Это естественная цена за то, что он обеспечивает наилучшую точность регулирования при неизвестных коэффициентах объекта и произвольном ограниченном внешнем возмущении.

В частотном адаптивном управлении [28], как и во втором направлении, цель управления – величина установившегося выхода объекта. Внешнее возмущение – сумма бесконечного числа гармоник с неизвестными амплитудами и частотами, и ограниченной известным числом суммой амплитуд. Для идентификации объекта и замкнутой системы используется метод конечно-частотной идентификации [8], в соответствии с которым объект или замкнутая система возбуждаются испытательным сигналом в виде суммы гармоник, число которых не превышает размерности пространства состояний объекта или замкнутой системы. Частоты испытательного сигнала не должны совпадать с частотами внешнего возмущения. Это условие проверяется в процессе идентификации, что несколько сужает класс внешних возмущений.

В описанных выше методах адаптации регулятор непрерывно перестраивается, а при частотном адаптивном управлении изменение параметров регулятора происходит через достаточно большие промежутки времени (интервалы адаптации). Это обеспечивает линейность модели системы на этих интервалах (тогда, как в других методах модель системы нелинейна и трудно найти условия, при которых в процессе адаптации значения входа и выхода объекта не принимали бы недопустимо больших значений) и поэтому не возникает трудностей численной реализации алгоритма адаптации .

5.2 Постановка задачи

Адаптивное управление для устойчивого объекта (17)

$$y^{(n)}+d_{n-1}y^{(n-1)}+\ldots+d_0y = k_\gamma u^{(\gamma)}+\ldots+k_0u+m_\delta f^{(\delta)}+\ldots+m_0f, \quad \gamma \le n, \quad \delta \le n \tag{118}$$

формируется регулятором с кусочно-постоянными коэффициентами

$$\begin{gathered} g^{[i]}_{n-1}u^{(n-1)} + \cdots + g^{[i]}_1\dot{u} + g^{[i]}_0 u = \\ = r^{[i]}_{n-1}(y^{(n-1)} + v^{(n-1)}_{[i]}) + \cdots + r^{[i]}_1(\dot{y} + \dot{v}_{[i]}) + r^{[i]}_0(y + v_{[i]}), \\ t_{i-1} \le t \le t_i, \end{gathered} \tag{119}$$

где i – номер интервала адаптации ($i = \overline{1, N}$), $v_{[i]}(t)$ – испытательный сигнал.

По окончании адаптации регулятор имеет вид

$$g_{n-1}u^{(n-1)}+\cdots+g_1\dot{u}+g_0u=r_{n-1}y^{(n-1)}+\cdots+r_1\dot{y}+r_0y, \quad t \ge t_N > t_0, \tag{120}$$

и он должен обеспечивать выполнение требования к точности регулирования

$$|y(t)| \le y^*, \quad t \ge t_N, \tag{121}$$

где y^* – заданное число. В процессе адаптации должны выполняться ограничения (55),(56) на выходы объекта и регулятора.

Предполагается, что эти требования достижимы, когда коэффициенты объекта (118)известны.

Решение этой задачи основано на описанных выше процедурах аналитического синтеза регуляторов и методе конечно-частотной идентификации, который излагается ниже.

5.3 Конечно-частотная идентификация

5.3.1 Введение

К настоящему времени разработан ряд методов идентификации объектов управления, описываемых линейными дифференциальными уравнениями. Эти методы условно можно разделить на две группы в зависимости от предположений о помехах измерения и внешних возмущениях, приложенных к объекту.

Первую группу составляют методы идентификации объектов, помехи и возмущения в которых – случайные процессы с известными статистическими характеристиками. Это различные варианты метода наименьших квадратов и метода стохастической аппроксимации. Их описание приводится в известных книгах [23, 29].

Вторая группа – это методы идентификации при неизвестных ограниченных помехах и возмущениях (с неизвестными статистическими характеристиками): рандомизированные алгоритмы [30, 31] и конечно-частотная идентификация [7].

Процесс идентификации может быть пассивным либо активным. В случае *пассивной* идентификации измеряемым входом объекта является управление, которое зависит от целей объекта и не связано с задачей идентификации. Может случится, что при таком входе идентификация объекта невозможна. В связи с этим используется *активная* идентификация, при которой измеряемый вход объекта содержит наряду с управлением дополнительное воздействие (испытательный сигнал), предназначенное для идентификации объекта.

В рандомизированных алгоритмах испытательный сигнал – случайный процесс с известными статистическими характеристиками и поэтому трудно гарантировать заданные допуска на выходы объекта.

В методе конечно-частотной идентификации испытательный сигнал представляет собой сумму гармоник с автоматически настраиваемыми (самонастраиваемыми) амплитудами и частотами. Число этих гармоник не превышает размерность вектора состояний объекта управления. Самонастройка амплитуд осуществляется для выполнения требований к допустимым границам входа и выхода объекта, которые выполняются, когда испытательный сигнал отсутствует.

5.3.2 Частотные уравнения идентификации.

Задача идентификации состоит в том, чтобы найти оценки $\hat{d}_i$ и $\hat{k}_j$,$(i = \overline{0, n-1}), j = \overline{0,\gamma})$ коэффициентов объекта (118) такие, чтобы выполнялись требования к относительной точности идентификации:

$$\hat{d}_i \div d_i \le \varepsilon_i^d \quad \text{и} \quad \hat{k}_j \div k_j \le \varepsilon_j^k, (i = \overline{0, n-1}, j = \overline{0,\gamma}), \tag{122}$$

где $\div$ – символ вычисления относительной ошибки: $a \div b = |a-b|/|b|$, если $b \ne 0$, либо $a \div b = |a|$, если $b = 0$, а ε_i^d и ε_j^k,$(i = \overline{0, n-1}$,$j = \overline{0,\gamma})$ – заданные числа.

Определение 7[32]. Набор $2n$ чисел

$$\alpha_r = Rew_0(j\omega_r), \quad \beta_r = Imw_0(j\omega_r), (r = \overline{1,n}), \tag{123}$$

который является значениями передаточной функции

$$w_0(s) = \frac{k_\gamma s^\gamma + \cdots + k_1 s + k_0}{s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \cdots + d_1 s + d_0} = \frac{k(s)}{d(s)} \tag{124}$$

на частотах

$$\omega_r > 0 (r = \overline{1,n}) \qquad \text{и} \qquad \omega_p \ne \omega_q \ \ (p \ne q), \tag{125}$$

называется *частотными параметрами объекта* (118).

Для экспериментального определения частотных параметров (123) ко входу объекта (118) прикладывается испытательный сигнал

$$u(t) = \sum_{r=1}^{n} \rho_r \sin \omega_r (t - t_u), \qquad t \ge t_u \ge t_0, \tag{126}$$

амплитуды $\rho_r > 0 (r = \overline{1,n})$ и частоты (125) которого – заданные числа. Выход объекта подается на вход фильтра Фурье, выходом которого являются следующие оценки частотных параметров:

$$\begin{array}{c} \hat{\alpha}_r = \alpha_r(\tau) = \frac{2}{\rho_r \tau} \int_{t_u}^{t_u+\tau} y(t) \sin \omega_r (t - t_u) dt, \\ \hat{\beta}_r = \beta_r(\tau) = \frac{2}{\rho_r \tau} \int_{t_u}^{t_u+\tau} y(t) \cos \omega_r (t - t_u) dt, (r = \overline{1,n}) \end{array}, \tag{127}$$

где τ – время фильтрации.

Оценки коэффициентов объекта находятся по оценкам его частотных параметров следующим образом. Передаточная функция (124) с учетом ее значений (123) на наборе (125) позволяет записать следующую систему линейных уравнений:

$$k(j\omega_r) - (\alpha_r + j\beta_r)\bar{d}(j\omega_r) = (\alpha_r + j\beta_r)(j\omega_r)^n, (r = \overline{1,n}), \tag{128}$$

где $\bar{d}(s) = d(s) - s^n = d_{n-1}s^{n-1} + \cdots + d_1 s + d_0$ и $k(s) = k_\gamma s^\gamma + \cdots + k_1 s + k_0$.

Утверждение 5[32] Если объект (118) полностью управляем, то система (128) имеет единственное (не зависящее от выбора частот (125)) решение.

Заменяя в (128) частотные параметры их оценками, получим следующие *частотные уравнения идентификации*:

$$\hat{k}(j\omega_r) - (\hat{\alpha}_r + j\hat{\beta}_r)\hat{\hat{d}}(j\omega_r) = (\hat{\alpha}_r + j\hat{\beta}_r)(j\omega_r)^n, (r = \overline{1,n}). \qquad (129)$$

Точность решения системы (129) зависит от выбора частот (125), так как ее матрица

в отличие от уравнений (128) составлена из оценок частотных параметров. В [33] исследовано влияние выбора испытательных частот на обусловленность этой матрицы и построен алгоритм выбора этих частот, при котором это влияние ослабляется.

5.3.3 Условия сходимости идентификации.

Для формулировки условий сходимости оценок частотных параметров (127) к истинным значениям (123) введем функции фильтруемости [5]:

$$\zeta_r^\alpha(\tau) = \frac{2}{\rho_r\tau}\int_{t_u}^{t_u+\tau} \bar{y}(t)\sin\omega_r(t-t_u)dt, \quad \zeta_r^\beta(\tau) = \frac{2}{\rho_r\tau}\int_{t_u}^{t_u+\tau} \bar{y}(t)\cos\omega_r(t-t_u)dt, (r = \overline{1,n}),$$

в которых $\bar{y}(t)$ – "естественный" выход объекта, когда испытательный сигнал (126) отсутствует ($u(t) = 0$).

Определение 7 [5] Возмущение $f(t)$ называется *ФФ-фильтруемым* на заданном наборе (125), если существует время фильтрации τ^* такое, что

$$\frac{|\zeta_r^\alpha(\tau)|}{|\alpha_r(\tau)|} \leq \delta_r^\alpha, \quad \frac{\left|\zeta_r^\beta(\tau)\right|}{|\beta_r(\tau)|} \leq \delta_r^\beta, (r = \overline{1,n}), \quad \tau \geq \tau^*, \qquad (130)$$

где δ_r^α и δ_r^β,$(r = \overline{1,n})$ – заданные достаточно малые числа. Если $\lim_{\tau\to\infty} \zeta_r^\alpha(\tau) = 0, \quad \lim_{\tau\to\infty} \zeta_r^\beta(\tau) = 0, (r = \overline{1,n})$, то возмущение $f(t)$ называется *строго ФФ-фильтруемым.*

Для простоты далее будем полагать возмущение $f(t)$ строго ФФ-фильтруемым. Ошибки $\Delta\alpha_r(\tau) = \alpha_r(\tau) - \alpha_r$, $\Delta\beta_r(\tau) = \beta_r(\tau) - \beta_r (r = \overline{1,n})$ фильтрации обладают в этом случае следующими свойствами:

$$\lim_{\tau\to\infty} \Delta\alpha_r(\tau) = 0, \quad \lim_{\tau\to\infty} \Delta\beta_r(\tau) = 0, (r = \overline{1,n}).$$

Очевидно, что если испытательные частоты не совпадают полигармонического внешнего возмущения $|\omega_\mu^f| \neq \omega_r$,$(\mu = \overline{0,\infty})$,$(r = \overline{1,n})$, то такое возмущение (59) строго ФФ-фильтруемо.

5.3.4 О самонастройке частот и амплитуд испытательного сигнала.

Опишем кратко результаты работы [33] по самонастройке частот и амплитуд испытательного сигнала. Для этого запишем передаточную функцию (124) объекта в виде

$$w_0(s) = k_\gamma \frac{\prod_{q=1}^{p_1}(s+\omega_{1,q})\prod_{q=1}^{p_2}\left(s^2+2\xi_{2,q}\omega_{2,q}s+\omega_{2,q}^2\right)}{\prod_{q=1}^{p_3}(s+\omega_{3,q})\prod_{q=1}^{p_4}\left(s^2+2\xi_{4,q}\omega_{4,q}s+\omega_{4,q}^2\right)}.$$

Определение 9 [35] Набор $L = \{\,|\omega_{1,1}|,\,|\omega_{1,2}|,\,\ldots,\,|\omega_{1,p_1}|;\;|\omega_{2,1}|,\,|\omega_{2,2}|,\,\ldots,\,|\omega_{2,p_2}|;\;\omega_{3,1},\,\omega_{3,2},\,\ldots,\,\omega_{3,p_3};\;\omega_{4,1},\,\omega_{4,2},\,\ldots,\,\omega_{4,p_4}\}$ называется *собственными частотами* объекта (118). Нижнюю (ω_l) и верхнюю (ω_u) границы собственных частот обозначим как $\omega_l = \min L$ и $\omega_u = \max L$.

Интуитивно ясно, что испытательные частоты $\omega_r(r=\overline{1,n})$ должны выбираться из области $[\omega_l,\omega_u]$ собственных частот. В [33] показано, что если испытательные частоты выбираются из низкочастотной области $\omega_r \in (0,\omega_l)(r=\overline{1,n})$ либо из высокочастотной области $\omega_r \in (\omega_u,\infty)(r=\overline{1,n})$, то сколь угодно малые относительные ошибки фильтрации $\alpha_r \div \hat{\alpha}_r$ и $\beta_r \div \hat{\beta}_r(r=\overline{1,n})$ могут приводить к сколь угодно большим ошибкам идентификации: $d_p \div \hat{d}_p$ и $k_q \div \hat{k}_q(p=\overline{1,n}, q=\overline{1,n})$. Поэтому в [33] построен алгоритм самонастройки частот испытательного сигнала, позволяющий найти испытательные частоты $\omega_r \in [\omega_l,\omega_u]$,$(r=\overline{1,n})$. Этот алгоритм основан на следующем утверждении.

Утверждение 6 [35] Пусть объект (118) возбужден испытательным сигналом

$$u(t) = \rho_1 \sin\omega_1(t-t_u), \tag{131}$$

а его выход приложен к фильтру Фурье (127) при $n=1$. Тогда существует достаточно большое время фильтрации $\tau=\tau^*$ и достаточно малая частота $\omega_1 \in (0,\omega_l)$ такие, что число $\bar{\omega}_l(\tau^*) = \omega_1\,|\alpha_1(\tau^*)/\beta_1(\tau^*)|$ близко к нижней границе (ω_l) собственных частот объекта.

Аналогичное утверждение (при $\omega_1 \in (\omega_u,\infty)$) [35] справедливо и для верхней границы (ω_u) собственных частот.

В процессе самонастройки испытательных частот и идентификации испытательный сигнал имеет вид (131), в котором амплитуда ρ автоматически настраивается [33] так, чтобы входы и выходы объекта (118) удовлетворяли ограничениям (**??**),(**??**).

5.4 Алгоритм адаптивного управления

Интервалы адаптации регулятора (119) к регулятору (120) состоят из групп интервалов. Во время первой группы интервалов ($i=1,N_{\text{ид}}$) объект (118) идентифицируется с помощью конечно-частотного метода. Затем, с помощью процедуры 2 находится (по идентифицированным коэффициентам объекта) регулятор (119), при $i=N_{\text{ид}}+1$ объект замыкается этим регулятором и начинается вторая группа интервалов адаптации, в течении которой система, состоящая из объекта замкнутого регулятором, идентифицируется с помощью конечно-частотного метода.

Используя результат идентификации системы и коэффициенты регулятора, вычисляются уточнённые оценки частотных параметров объекта. Для этого используется очевидная связь передаточной функции $w_o(s) = k(s)/d(s)$ объекта с передаточной функцией $w_s(s) = \frac{w_c(s)w_o(s)}{1+w_c(s)w_o(s)}$ замкнутой системы, где $w_c(s) = r(s)/g(s)$ – передаточная функция регулятора:

$$w_o(s_k) = \frac{w_s(s_k)}{[w_s(s_k)+1]w_c(s_k)} = \alpha_k + j\beta_k,$$

где $s_k = j\omega_k$.

Решая частотные уравнения находятся новые значения оценок коэффициентов объекта, используя которые определяются с помощью процедуры 2 новые значения коэффициентов регулятора и т.д., до тех пор, пока не выполнятся требования к точности (122).

6 Программное обеспечение: системы ГАММА-2PC и MATLAB

Программное обеспечение для автоматизации для анализа систем, идентификации, синтеза регуляторов и т.д. разрабатывается уже более четырех десятков лет. К середине восьмидесятых годов было разработано несколько десятков пакетов прикладных программ.

В настоящее время интенсивно развиваются системы ГАММА и MATLAB. Первая версия системы ГАММА была разработана в 1968-1975 годах [36] и она содержала, в частности, программное обеспечение аналитического синтеза регуляторов для минимально-фазовых объктов при типовых ступенчатом и гармоническом внешних возмущениях. Последняя версия этой системы система ГАММА-2PC[37] содержит обеспечение аналитического синтеза для более широкого класса внешних возмущений, а также конечно-частотной идентификации и частотного адаптивного управления.

Система MATLAB[38] основана на эффективном языке программирования высокого уровня, который позволяет достаточно быстро разрабатывать программное обеспечение методов теории автоматического управления и поэтому в рамках этой системы также был разработан пакет ADAPLAB-M [39] для конечно-частотной идентификации и частотного адаптивного управления.

7 Заключение

На основе изложенного можно сделать следующие выводы.

а) На основе анализа связей системы автоматического управления с окружающем ее материальным миром сформулированы постулаты конструктивной теории.

б)Аналитический синтез регуляторов развит для случая, когда внешнее возмущение и задающее воздействия-ограниченные полигармонические функции с неограниченным числом неизвестных гармоник.

в)Опираясь на это развитие и метод конечно-частотной идентификации, предложен алгоритм частотного адаптивного управления, обеспечивающий заданные требования к установившейся ошибке для объекта с неизвестными параметрами и внешнем возмущении в виде ограниченной полигармонической функции.

8 Список литературы

References

[1] Воронов
А.А. Основы теории автоматического управления. Часть I. Линейные системы регулирования одной величины. М.-Л.:Энергия,1965.396с.

[2] Квакернаак Х.,Сиван Р.Линейные оптимальные системы управления. М.:Мир,1977.650с.

[3] Летов А.М. Динамика полета и управление.М.:Наука,1968.360с.

[4] Поляк Б.Т., Щербаков П.С.Робастная устойчивость и управление.М.:Наука,2002.

[5] *Александров А.Г.* Конструктивная теория управления: концепция. "Аналитическая теория автоматического управления и ее приложения". Труды Международной научной конференции, Саратов, 2000, стр. 92 - 97.

[6] *Александров А.Г.* Синтез регуляторов многомерных систем. М.: Машиностроение, 1986.272с.

[7] *Alexandrov A.G.* Finite-frequency method of identification // 10-th IFAC Sympos. Syst. Identification. Preprints. 1994. V. 2. P. 523-527.

[8] Александров А.Г. Адаптивное управление на основе идентификации частотных характеристик . Известия РАН. " Теория и системы управления" ,No2, 1995, стр. 63 - 71.

[9] *Александров А.Г.* Критерии грубости нестационарных систем автоматического регулирования . Межвузовский научный сборник "Аналитические методы синтеза регуляторов", СПИ, Саратов, 1980, стр. 3 - 14.

[10] *Александров А.Г.* Аналитический синтез передаточных матриц регуляторов на основе частотных критериев качества //АиТ. 1972. No 2. С. 17-29.

[11] *Тимофеев Ю.К.* Статические ошибки аналитически сконструированных систем //Аналитические методы синтеза регуляторов. Межвуз. научн. сб.: Саратовский политехнический институт, 1976. С. 53-60.

[12] *Александров А.Г.* Аналитический синтез регуляторов по заданным показателям качества переходных процессов //Аналитические методы синтеза регуляторов. Межвуз. научн. сб.: Саратовский политехнический институт, 1978. С. 21-38.

[13] *Садомцев Ю.В.* Аналитическое конструирование регуляторов по заданным показателям качества. Развитие проблемы //Аналитические методы синтеза регуляторов. Межвуз. научн. сб.: Саратовский политехнический институт, 1980. С. 32-48.

[14] *Волков Е.Ф., Ершов Н.Н.* Синтез асимптотически устойчивых многосвязных систем с заданной статической точностью //АиТ, 1981. No 7. С. 19-27.

[15] *Александров А.Г.* Свойства аналитически сконструированных линейных систем //АиТ. 1975. No 10. С. 5-11.

[16] Александров А.Г., Честнов В.Н. Синтез многомерных систем заданной точности, I,II.// АиТ. 1998,Т.59.No7, стр. 83 - 95,No8,стр.124-138.

[17] *Parks P.C.* Lyapunov redesign of model reference adaptive control system // IEEE Trans. Automat. Control, 1966. V. AC-11. No. 3. P. 362-367.

[18] *Земляков С.Д., Рутковский В.Ю.* Обобщенные алгоритмы адаптации одного класса беспоисковых самонастраивающихся систем с моделью // АиТ, 1967. Т. 28. No 6. С. 88-94.

[19] *Narendra K.C., Valavani L.S.* Stable adaptive control design-direct control // IEEE Trans. Automat. Control, 1978. V. AC-23. No. 4.

[20] *Narendra K.C., Annaswamy F.M.* Robust adaptive control in the presence of bounded disturbance // IEEE Trans. Automat. Control, 1986. V. AC-31. No. 4.

[21] *Фрадков А.Л.* Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. М.: Наука, 1990.296с.

[22] *Якубович В.А.* Рекуррентные конечно-сходящиеся алгоритмы решения систем неравенств // Доклады АН СССР, 1966. Т. 166. No 6. С. 1308-1311.

[23] *Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А.* Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981.448с.

[24] *Барабанов А.Е., Граничин О.Н.* Оптимальный регулятор линейного объекта с ограниченной помехой // АиТ, 1984. Т. 45. No 5. С. 39-46.

[25] *Dahleh M.A., Pearson J.B.* l_1-optimal feedback controllers for MIMO discrete-time systems // IEEE Trans. Automat. Control, 1987. V. AC-32. P. 314-322.

[26] *Соколов В.Ф.* Адаптивное робастное управление с гарантированным результатом в условиях ограниченных возмущений // АиТ, 1994. Т. 55. No 2. С. 121-131.

[27] *Соколов В.Ф.* Адаптивное робастное управление дискретным скалярным объектом в l_1-постановке // АиТ, 1998. Т. 59. No 3. С. 107-131.

[28] *Alexandrov A.G.* Accurate adaptive control // Proceedings of the IASTED International Conference "Automation Control and Information Technology". Novosibirsk: ACTA Press, June 10-13 2002. ISNB: 0-88986-342-3. P. 212-217.

[29] *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991.432с.

[30] *Граничин О.Н., Поляк Б.Т.* Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах. М.: Наука, 2003.

[31] *Бунич А.Л., Бахтадзе Н.Н.* Синтез и применение дискретных систем управления с идентификатором. М.: Наука, 2003.

[32] *Александров А.Г.* Метод частотных параметров // АиТ. 1989. Т. 50. No 12. С. 3-15.

[33] *Александров А.Г.* Конечно-частотная идентификация: самонастройка испытательного сигнала / Сб. научных трудов: ¡Робастное управление и частотная идентификация¿. Электросталь: ЭПИ МИСиС, 2004. С. 67-97.

[34] *Александров А.Г.* Частотное адаптивное управление устойчивым объектом при неизвестном ограниченном возмущении // АиТ. 2000. Т. 61. No 4. С. 106-116.

[35] *Александров А.Г.* Конечно-частотная идентификация: границы частот испытательного сигнала // АиТ. 2001. Т. 62. No 11.

[36] *Александров А.Г. Небалуев Н.А., Асмолова Л.Я., Крупенина Л.Я.* Математическое обеспечение синтеза и анализа передаточных матриц регуляторов многомерных линейных систем автоматического регулирования. Комплексы программ ГАММА-1, ГАММА-2 для ЭВМ типа М-220, Учебное пособие. Саратов. политех. институт, 1975.

[37] *Александров А.Г.,Исаков Р.В.,Михайлова Л.С.* Структура программного обеспечения для автоматизации разработки алгоритмов автоматического управления.//АиТ. 2005.No4.стр.176-184.

[38] *Moler, C.* MATLAB - user's Guide', Department of Computer Science, University of New Mexico, Alberquerque, USA, 1980

[39] *Александров А.Г., Орлов Ю.Ф.* ADAPLAB-M: директива для адаптивного управления с самонастройкой испытательного сигнала.//Труды IV международной конференции "Идентификация систем и задачи управления", Москва.2005.CD-ROM,ISBN 5-201-14975-8,стр.1265-1273.