ЗАПАСЫ УСТОЙЧИВОСТИ D-СИСТЕМ

А. Г. Александров

Институт проблем управления РАН, Москва, Россия

В исследованиях по анализу систем и при параметрических возмущениях можно выделить два направления. В первом направлении эти возмущения описываются явно в виде заданных интервалов (либо их норм) возможных значений параметров [1], [2]. Во втором направлении,которое рассматривается в работе, они описываются не явно и мерой чувствительности системы к параметрическим возмущениям служат запасы устойчивости по фазе и модулю.

Рассмотрим асимптотически устойчивую систему, описываемую уравнениями:

$$y^{(n)} + d_{n-1}y^{(n-1)} + \ldots + d_0 y = k_m u^{(m)} + \ldots + k_0 u, \quad m \leqslant n; \tag{1}$$

$$g_{n_c}u^{(n_c)} + \ldots + g_0 u = r_{m_c}y^{(m_c)} + \ldots + r_0 y, \quad m_c \leqslant n_c, \tag{2}$$

где $y(t)$ – измеряемый выход объекта (1), $u(t)$ – измеряемый выход регулятора (2). Коэффициенты системы (1),(2)имеют вид $d_i = d_i^* + \Delta d_i, k_j = k_j^* + \Delta k_j, g_p = g_p^* + \Delta g_p, r_q = r_q^* + \Delta r_q$,
$(i = \overline{0, n-1}, j = \overline{0, m}, p = \overline{0, n_c}, q = \overline{0, m_c})$, где d_i^* ,k_j^* ,g_p^* , g_q^*-известные числа,являющиеся номинальными (расчетными)значениями коэффициентов системы, Δd_i,Δk_j,Δg_p,Δr_q, –неизвестные числа, называемые параметрическими возмущениями.

Передаточная функция этой системы

$$w(s) = -\frac{k(s)}{d(s)}\frac{r(s)}{g(s)} = \frac{h_\beta s^\beta + \cdots + h_1 s + h_0}{\ell_\alpha s^\alpha + \cdots + \ell_1 s + \ell_0} = \frac{h^{(1)}(s) - \rho(s)}{l^{(1)}(s) + \rho(s)}, \tag{3}$$

где $\rho(s)$- полином степени $\gamma < \beta$, который называется анулируемым, так как он не влияет на характеристический полином системы.

Передаточная функция (3) при параметрических возмущениях принимает вид

$$w(s) = \frac{h^{(1)^*}(s) + \Delta h^{(1)}(s) + [\rho^*(s) + \Delta\rho(s)^+]}{l^{(1)^*}(s) + \Delta l^{(1)}(s) - [\rho^*(s) + \Delta\rho(s)^-]}, \tag{4}$$

где $\Delta\rho(s)^-$ и $\Delta\rho(s)^+$ -параметрические возмущения полинома $\rho(s)$.

Определение 1 .Система (1),(2)называется системой D-структуры, если параметрические возмущения анулируемого полинома $\rho(s)$ в числителе и знаменателе ее передаточной функции не равны $(\Delta\rho(s)^{-} \neq \Delta\rho(s)^{+})$ либо независимы.

Очевидно, что система D-структуры может стать неустойчивой при сколь угодно малых параметрических возмущениях анулируемого полинома, если он содержит достаточно большой по модулю коэффициент, который называется доминирующим.

Определение 2.Система (1),(2)называется D системой , если она является системой D-структуры, а ее анулируемый полином содержит доминирующий коэффициент.

Радиус запасов устойчивости – это наибольшее положительное число r такое, что $[1 + w(-j\omega)]\,[1 + w(j\omega)] \geqslant r^2$. Радиус является обобщением понятий запасов устойчивости по фазе и модулю. Так, если $r = 0,75$, то запас по фазе $\varphi_3 = 45°$, запас по модулю $L = 1,75$.

Утверждение . Для любого заданного положительного числа ε_r всегда существует достаточно большой по модулю коэффициент ρ_q $(q \in \overline{0,\gamma})$ анулируемого полинома $\rho(s)$, такой, что радиус запасов устойчивости D-системы будет меньше этого числа $(r^2 < \varepsilon_r^2)$.

Список литературы

1. Поляк Б.Е., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
2. S. P. Bhattacharyya, H. Chapellat, L. H.Keel Robust Control. The parametric Approach, Prentice Hall,1995.

STABILITY MARGIN OF D-SYSTEM

A. G. Alexandrov

Institute of Control Science,Moscow,Russia

The aim of the paper is to investigate the phase and gain margins of the systems,which have a D-structure: numerator and denominator of its open-loop transfer function contain,as a addends, a polynomial with different signs. There is proved that the D-system may have the very small margin.