# Исследование частотного адаптивного ПИД- регулятора

**А.Г.Александров**

Институт проблем управления РАН

## 1 Введение

В следящих системах часто задающее воздействие является кусочно-постоянной функцией с интервалами постоянства достаточно большими по сравнению с временем затухания переходных процессов в системе .В таких случаях система строится на основе ПИД-регулятора [1],[2].Для определения его коэффициентов используется упрощенная модель объекта управления, описываемая линейным дифференциальным уравнением первого либо второго порядка с запаздыванием.

Параметры объекта изменяются достаточно медленно и поэтому коэффициенты его модели аппроксимируются кусочно- постоянной функцией. При изменении ее значений регулятор перестраивается, адаптируясь к новым значениям параметров объекта.

Часто предполагают, что эти новые значения известны либо они могут быть идентифицированы по ряду косвенных признаков[3],[4]. Вместе с этим в ряде случаев параметры объекта - не известны, а их косвенная идентификация затруднена неизвестными внешними возмущениями,действующими на объект.

Настоящая работа посвящена исследованию частотного адаптивного регулятора, построенному с использованием конечно-частотной идентификации [5],позволяющей идентифицировать объект при неизвестных ограниченных внешних возмущениях.

## 2 Модель системы

Система с частотным адаптивным ПИД-регулятором описывается уравнениями

$$T^{[p]}\dot{y}(t) + y(t) = k_0^{[p]}u(t-\tau^{[p]}) + f(t-\tau^{[p]}), \qquad t \geq t_0, \quad p = \overline{1, N} \tag{1}$$

$$g^{[p]}\dot{u} + u = -k^{[p]}\left((\varepsilon - v) + \frac{1}{T_i^{[p]}}\int\limits_{t_0}^{t}(\varepsilon - v)dt + T_d^{[p]}\frac{d(\varepsilon - v)}{dt}\right), \quad \varepsilon(t) = y_{sp}(t) - y(t), \tag{2}$$

где $y(t)$ и $u(t)$ – измеряемые выходы объекта (1) и регулятора (2), $y_{sp}(t)$ – измеряемое задающее воздействие, $\varepsilon(t)$–ошибка слежения за задающим воздействием, $f(t)$ – неизмеряемое внешнее возмущение – неизвестная, ограниченная функция, $v(t)$ – идентифицирующий сигнал, который является известной функцией времени, $p \quad (p = \overline{1, N})$-номер режима работы объекта. Длительность этих режимов определяется интервалами времени

$$I_1 = [t_0 \, t_1), \quad I_2 = [t_1 \, t_2), \quad \cdots, \quad I_N = [t_{N-1}, \, t_N), \tag{3}$$

внутри которых коэффициенты $k_0^{[p]}$, $T^{[p]}$, $\tau^{[p]}$ $p = \overline{1, N}$ объекта – постоянные неизвестные числа.

Коэффициенты регулятора определяются (адаптируются)для каждого режима работы объекта так, чтобы выполнялось требование к допустимой ошибке слежения

$$|\varepsilon(t)| \leq \varepsilon^*, \qquad t_p + t_p^a \leq t \leq t_{p+1}, \qquad (p = \overline{1, N-1}), \tag{4}$$

где $\varepsilon^*$ – заданное число, $t_p^a$ – время адаптации на $p$-том интервале, $(p = \overline{1, N-1})$. Предполагается, что интервалы (3) достаточно велики так, что $t_{p+1} - t_p > t_p^a$ $(p = \overline{1, N-1})$.

Идентифицирующий сигнал $v(t)$ служит для адаптации регулятора. Он имеет вид

$$v(t) = \rho_1 \sin \omega_1^{[p]} t + \rho_2 \sin \omega_2^{[p]} t, \quad p = \overline{1, N}. \tag{5}$$

Амплитуды $\rho_1$ и $\rho_2$ этого сигнала удовлетворяют условию

$$\rho_1 + \rho_2 \leq \eta y_{sp}^*, \tag{6}$$

в котором $y_{sp}^*$ – известная граница модуля задающего воздействия $\left(|y_{sp}(t)| \leq y_{sp}^*\right)$, $\eta$ – заданное положительное число $(\eta < 1)$, определяемое допустимым искажением задающего воздействия, а частоты $\omega_1^{[p]}$ и $\omega_2^{[p]}$ находятся в процессе адаптации регулятора.

# 3 Алгоритм адаптации

Процесс адаптации регулятора к каждом режиме работы объекта состоит из двух этапов.

На первом этапе длительностью $[t_p, t_p + t_p^a)$, $\quad (p = \overline{1, N})$ осуществляется идентификация объекта, результатом которой являются оценки $\hat{k}_0^{[p]}$, $\hat{T}^{[p]}$, $\hat{\tau}^{[p]}$ коэффициентов объекта.Они находятся на основе метода конечно–частотной идентификации [5,6]. На этом этапе объект замкнут регулятором, построенным для предшествующего ($[p-1]$-го) режима работы объекта. Далее предполагается, что такая система–асимптотически устойчива. Заметим, что, если это предположение не выполняется, то нужно отключить регулятор, сформировать

$$u = \frac{1}{k^{[p-1]}}(y_{sp} - v). \tag{7}$$

и идентифицировать объект не замкнутый регулятором.

На втором этапе (длительностью $[t_p + t_p^a, t_{p+1})$, $\quad (p = \overline{1, N})$), используя оценки коэффициентов объекта, вычисляются коэффициенты регулятора, соответствующие текущему ($[p]$-му) режиму объекта, и регулятор первого этапа заменяется регулятором второго этапа. Другими словами,коэффициенты регулятора первого этапа текущего режима обекта равны коэффициентам регулятора второго этапа предыдущего режима $k^{[p,1]} = k^{[p-1,2]}$, $T_i^{[p,1]} = T_i^{[p-1,2]}$, $T_d^{[p,1]} = T_d^{[p-1,2]}$.

Коэффициенты регулятора второго этапа вычисляются по формулам:

$$g = \frac{\lambda\hat{\tau}}{2(\lambda + \hat{\tau})}, \qquad k = \frac{\hat{T} + \hat{\tau}/2}{\hat{k}_0(\lambda + \hat{\tau})}, \qquad T_i = \frac{2}{2\hat{T} + \hat{\tau}}, \qquad T_d = \frac{\hat{T}\hat{\tau}}{(2\hat{T} + \hat{\tau})}, \tag{8}$$

в которых для краткости опущены указатели $[p]$ и $[p, 2]$ режима объекта и этапа регулятора.

Эти формулы приведены в работе [7]. Для пояснения свойств системы с построенным на их основе регулятором преобразуем уравнение (1) по Лапласу при нулевых начальных условиях и запишем его передаточную функцию

$$w_0(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts + 1}, \tag{9}$$

где $s$ – символ преобразования Лапласа.

Используя ПАДЕ-аппроксимацию первого порядка, запишем эту передаточную функцию объекта как

$$w_0^n(s) = \frac{k\left(-\frac{\tau}{2}s + 1\right)}{(Ts + 1)\left(\frac{\tau}{2}s + 1\right)}. \tag{10}$$

Передаточная функция регулятора для объекта (10) имеет вид

$$w_c(s) = \frac{(Ts + 1)\left(\frac{\tau}{2}s + 1\right)}{ks\left(\frac{\lambda\tau}{2}s + \lambda + \tau\right)}, \tag{11}$$

где $\lambda$ – заданное положительное число ($\lambda < T$).

При таком регуляторе, компенсирующем динамические свойства объекта, уравнение системы (1), (2) с высокой степенью точности описывается (при $v = 0$) уравнением

$$\lambda\dot{y} + y = y_{sp}(t - \tau), \tag{12}$$

из которого следует, что при достаточно медленно изменяющемся задающем воздействии, требования (4) к точности выполняются.

Из выражения (11) следуют соотношения (8)

Время адаптации $t^a_{[p]}$ включает в себя длительность идтификации $t^{id}_{[p]}$ и время переходного процесса $t^{tr}_{[p]}$ после замены регулятора первого этапа на регулятор второго этапа: $t^a_{[p]} = t^{id}_{[p]} + t^{tr}_{[p]}$.

# 4 Исследование процесса адаптации

Исследование процесса адаптации осуществлялось путем численных экспериментов. Для этого была разработана директива в пакете АДАПЛАБ [8]. Этот пакет создан в среде MATLAB.

## 4.1 Исходные данные

*Режимы работы объекта* описываются векторами

$k_0 = [3,\ 3,\ 4,\ 5,\ 5,\ 5.6,\ 7.9,\ 6.7,\ 3.6,\ 6.8,\ 4.4,\ 5.9,\ ]$,
$T = [5,\ 4,\ 5.8,\ 5,\ 4,\ 3,\ 2.8,\ 5.2,\ 4.2,\ 5.8,\ 13.4,\ 13.3,\ ]$,
$\tau = [1,\ 1.5,\ 1.5,\ 2,\ 1.5,\ 1,\ 1.2,\ 0.8,\ 3.1,\ 3.3,\ 4.3,\ 3.8,\ ]$,

одноименные компоненты которых образуют коэффициенты режима. Так, первый режим описывается набором

$$k_0^{[1]} = 3,\ \ T^{[1]} = 5,\ \ \tau^{[1]} = 1, \qquad (13)$$

второй режим имеет вид

$$k_0^{[2]} = 3,\ \ T^{[2]} = 4,\ \ \tau^{[2]} = 1.5, \qquad (14)$$

и т.д.

Вектора $k_0$, $T$, и $\tau$ формировались генератором случайных чисел и из них были исключены режимы, при которых система, состоящая из объекта замкнутого регулятором предшествующего режима, неустойчива. Кроме того, исключались режимы, в которых $T^{[p-1]} < \tau^{[p]}/1.6$ и $T^{[p]} < \tau^{[p]}/1.6$ Это условие связано с особенностями алгоритма идентификации объекта.

Коэффициенты режимов таковы,что регулятор, построенный для первого режима не обеспечивает устойчивости системы с объектом работающем в четвертом режиме, регулятор для второго режима не обеспечивает устойчивости объекта в шестом режиме и т.д.

*Задающее воздействие*-единичная ступенчатая функция:

$$y_{sp} = 1(t \geq t_0),\ \ y_{sp} = 0(t < t_0). \qquad (15)$$

*Внешнее возмущение* имеет вид

$$f(t) = 0.3 signsin(2.1t). \qquad (16)$$

*Допустимая ошибка* слежения

$$\varepsilon^* = 0.25.$$

*Идентифицирующий сигнал*

$$v(t) = 0.03 \sin \omega_1^{[p]} t + 0.04 \sin \omega_2^{[p]} t, \quad p = \overline{2, 11}. \tag{17}$$

Для простоты полагаем, что коэффициенты первого режима известны.В этом случае находим по формулам (8) следующие коэффициенты регулятора

$$k = 1.3, \quad T_i = 5.5, \quad T_d = 0.45, \quad g = 0.14. \tag{18}$$

Аналогично, полагаем известными моменты $t_p \quad (p = \overline{1, 12})$ изменения режима работы объекта.

## 4.2 Моделирование процесса адаптации

### 4.2.1 Анализ при известных коэффициентах режимов работы объекта

При известном объекте были вычислены по формулам (8) коэффициенты регулятора для каждого режима объекта и путем моделирования системы получены ошибки слежения , которые для каждого режима работы объекта удоворяют неравенству

$$\varepsilon^* \leq 0.15.$$

При идентифицирующем сигнале ошибка слежения

$$\varepsilon^* \leq 0.2.$$

### 4.2.2 Анализ при неизвестных коэффициентах режимов работы объекта

*На первом этапе* второго режима работы объекта он замкнут регулятором (18) и на этом этапе осуществляется идентификация этого режима и получены следующие оценки коэффициентов второго режима

$$\hat{k}_0^{[2]} = 2.97, \quad \hat{T}^{[2]} = 3.96, \quad \hat{\tau}^{[2]} = 1.64.$$

Используя эти оценки были вычислены коэффициенты регулятора второго этапа второго режима объекта

$$k^{[2,2]} = 0.78, \quad T_i^{[2,2]} = 4.79, \quad T_d^{[2,2]} = 0.681, \quad g = 0.16$$

*На втором этапе* объект был замкнут регулятором с этими коэффициентами и требования к точности слежения выполнились. Аналогичные результаты получены для остальных режимов.

Автор благодарен проф. Э.Л.Ицковичу за постановку задачи и обсуждение результатов.

# 5 Литература

1. Ротач В.Я."Расчет динамики промышленных автоматических систем регулирования".М.:Энергия,1973.

2.Astrom,K.J.and T.Hagglund "Advanced PID Control" ISA,2006.

3.Voda A.A. and I.D.Landau " A method for the Auto-calibration of PID Controllers" Automatica,vol.31,No 1.pp.41-53,1995.

4.Мазуров В.М.,А.В.Литюга, А.В.Спицин "Развитие технологий адаптивного управления в SCADA системе TRACE MODE" ж.Приборы и системы, No 1,2002, сс.28-33.

5 Александров А.Г. " Адаптивное управление на основе идентификации частотных характеристик . Известия РАН. " Теория и системы управления" ,2, 1995, стр. 63 - 71.

6. Александров А.Г."Конечно-частотная идентификация: самонастройка испытательных частот". //Сборник научных трудов "Робастное управление и частотная идентификация", ЭПИ МИСиС, 2004, стр. 67-97.

7.Visioli A."Improving the load disturbance rejection performance of IMC-tuned PID Controllers".15th Triennial Word Congress,Barcelona,Spain.2002.

8.Александров А.Г., Орлов Ю.Ф., Михайлова Л.С. " Программное обеспечение конечно-частотной идентификации и адаптивного управления многомерными обьектами." Труды II международной конференции " Идентификация систем и задачи управления",Москва,2003,ИПУ,CD-ROM:ISBN 5-201-14948-0,стр. 2531-2556.