комитет российской федерации
высшему образованию

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ СТАЛИ И СПЛАВОВ
(ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ЭЛЕКТРОСТАЛЬСКИЙ ФИЛИАЛ

Кафедра автоматизации технологических процессов и производств

А. Г. Александров, С. Ю. Панин

О д о б р е н о
методическим советом
института

СИСТЕМА ГАММА-1РС

Руководство пользователя

МОСКВА 1997

АННОТАЦИЯ

Приводится описание классов задач автоматического управления, решаемых с помощью системы ГАММА–1PC на ПЭВМ типа IBM PC (и совместимых). Описываются правила ввода исходных данных и формы результатов решения задач синтеза алгоритмов работы регуляторов и анализа систем управления. Пособие служит для освоения системы ГАММА–1PC при выполнении лабораторных работ по теории автоматического управления, а также курсового и дипломного проектирования.

Содержание

Введение

Система ГАММА-1PC для ЭВМ типа IBM PC предназначена для синтеза алгоритмов работы регуляторов многомерных объектов по их линеаризованным моделям, а также для анализа и различных преобразований моделей объекта, регулятора и системы.

Она предназначена для инженеров-разработчиков систем управления (называемых далее пользователями). Пользователь указывает класс решаемой задачи (номер директивы) и в зависимости от этого ГАММА-1PC запрашивает исходные данные: модель объекта управления, требуемую точность регулирования и т.д. Результат работы системы — уравнения аналоговых либо цифровых регуляторов, графики процессов и т.п.

1. КЛАССЫ РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧ

Задачи, решаемые системой разделяются на 3 типа:

1) Синтез регуляторов.

2) Анализ свойств и характеристик процессов.

3) Преобразование вида и формы модели.

Задачи синтеза делятся в зависимости от целей управления либо моделей системы управления. Эти характеристики (называемые далее показателями) могут быть нескольких видов: аксиоматические показатели (значение квадратичного функционала, корни характеристического полинома либо H_∞-норма передаточной функции) и инженерные показатели (установившиеся ошибки по каждой регулируемой переменной, время регулирования и перерегулирование по этим переменным и т.д.).

Задачи анализа определяются исследуемыми свойствами (устойчивость, управляемость, наблюдаемость, грубость) и характеристиками (точность, качество) процессов.

Задачи преобразования зависят от видов (алгебраические уравнения, обыкновенные дифференциальные уравнения, разностные уравнения) и форм (Коши, "вход–выход", Лагранжа) моделей объекта и регулятора.

В таблице приведены классы решаемых задач и номера директив решающих эти задачи. Первая цифра номера директивы — тип задачи, вторая — подтип. Цифра с круглой скобкой рядом с некоторыми терминами в названии директивы означает номер пояснения этого термина приводимого в комментариях к этой таблице. Краткие теоретические сведения для каждой директивы из этой таблицы приведены в главе 5.

N директивы	Название директивы
	1. Синтез регуляторов
111	Аналитическое конструирование регуляторов (АКоР)
112	АКоР с производными по управлению в функционале качества
113	Оптимальная система с наблюдателем (минимально-фазовый объект[2])
131	H_∞-субоптимальное управление
141 (1C111)	Точное управление[3] объектом первого[4] вида
142 (1C018)	Точное управление объектом второго[5] вида
142.1 (1C008)	Точное управление объектом второго вида при заданной обобщенной частоте среза
143	Точное управление объектом третьего[6] вида
144	Точное управление объектом четвертого[7] вида
146 (1C014)	Точное слежение в системе с объектом второго вида
	2. Анализ
211	Анализ устойчивости
221	Анализ управляемости
221.1	Анализ наблюдаемости
231	Определение запасов устойчивости (анализ грубости)
241	Анализ точности и качества
242	Анализ установившейся точности
243	Анализ точности и качества системы с цифровым регулятором
	3. Преобразования
311	Преобразование модели, заданной в форме Лагранжа[8], к форме Коши
312	Преобразование модели, заданной в форме Коши, к форме “вход-выход”
313	Преобразование непрерывной модели, заданной в форме Коши, к дискретной форме Коши

Объяснения терминов, встречающихся в таблице

1) Уравнения объекта, заданного в форме Коши, имеют вид

$$\dot{x} = Ax + \tilde{B}_1\tilde{w} + B_2u, \quad y = C_2x, \tag{1.1}$$

где $x(t) \in R^n$ — вектор состояний объекта; $u(t) \in R^m$ — вектор управлений; $y(t) \in R^r$ – вектор измеряемых переменных; $\tilde{w}(t) \in R^\mu$ — вектор внешних возмущений; A, B_1, B_2 и C_2 — известные матрицы чисел соответствующих размеров. Уравнения (1.1) можно (используя, например, директиву 312) привести к форме ”вход-выход”, которая имеет вид

$$T_1(s)y = T_2(s)u + T_3(s)\tilde{w}, \tag{1.2}$$

где полиномиальные матрицы

$$T_1(s) = \sum_{k=0}^{r} T_k^{(1)}s^k, \quad T_2(s) = \sum_{k=0}^{m} T_k^{(2)}s^k, \quad T_3(s) = \sum_{k=0}^{\mu} T_k^{(3)}s^k$$

строятся [1] на основе матриц уравнений (1.1).

2) Объект (1.1) называется минимально-фазовым (устойчивым по управлению) если корни уравнения

$$\det T_2(s) = 0 \tag{1.3}$$

имеют отрицательные вещественные части.

3) Для описания задачи точного управления [1, 2] рассмотрим систему управления, описываемую уравнениями
$$\dot{x} = Ax + \tilde{B}_1 \tilde{w} + B_2 u, \quad y = C_2 x, \quad \tilde{z} = \tilde{C}_1 x, \tag{1.4}$$
$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c y, \quad u = D_c x_c + C_c y, \tag{1.5}$$
где $z(t) \in R^{m_1}$ — вектор регулируемых переменных, $x_c(t) \in R^{n_c}$ — вектор состояний регулятора (1.5), A_c, B_c, D_c, C_c и $\tilde{C}_1$ — матрицы чисел соответствующих размеров.

Пусть компоненты вектора возмущений представлены в виде
$$\tilde{w}_i(t) = \sum_{k=0}^{\rho} (\delta_{ki}^s \sin \omega_{ki} t + \delta_{ki}^c \cos \omega_{ki} t) \qquad (i = 1, \ldots, \mu), \tag{1.6}$$
где амплитуды δ_k^s, δ_k^c и частоты $\omega_k \ \ (k = 0, \ldots, \rho)$ — произвольные числа, но такие, что
$$|\tilde{w}_i(t)| \leq w_i^* \qquad (i = 1, \ldots, \mu), \tag{1.7}$$
где $w_i^* \ \ (i = 1, \ldots, \mu)$ — заданные числа (границы внешних возмущений).

Установившиеся значения регулируемых переменных
$$\tilde{z}_{i,st} = \limsup_{t \to \infty} |\tilde{z}_i(t)| \qquad (i = 1, \ldots, m_1).$$
Будем говорить, что регулятор (1.5) обеспечивает точное управление в установившемся режиме (или, для сокращения, точное управление), если
$$\tilde{z}_{i,st} \leq \tilde{z}_i^* \qquad (i = 1, \ldots, m_1), \tag{1.8}$$
где $z_i^* \ \ (i = 1, \ldots, m_1)$ — заданные числа.

4) Объект первого вида описывается уравнениями
$$\dot{x} = Ax + \tilde{B}_1(\tilde{w} + u), \quad y = x, \quad \tilde{z} = \tilde{C}_1 x, \tag{1.9}$$
которые совпадают с (1.4) при $\tilde{B}_1 = B_2$ $(\mu = m)$ и $C_2 = I_n$ (I_n — единичная матрица размеров $n \times n$).

5) Объект второго вида описывается уравнениями (1.4) если:

а) $$y = \tilde{z} \quad (C_1 = C_2). \tag{1.10}$$
б) полином $\det T_2(s)$ — гурвицев (корни уравнения (1.3) имеют отрицательные вещественные части).

6) Объект третьего вида описывается уравнениями
$$\dot{x} = Ax + \tilde{B}_1 \tilde{w} + B_2 u, \quad y = x, \quad \tilde{z} = \tilde{C}_1 x.$$
Это более общий вид, чем первый $(\tilde{B}_1 \neq B_2)$.

7) Объект четвертого вида описывается уравнениями (1.4) при условии (1.10). Это более общий вид, чем второй (отсутствуют ограничения на корни $\det T_2(s)$).

8) Модель объекта в форме Лагранжа имеет вид
$$\sum_{i=0}^{\gamma_1} Q^{(i)} s^i q = \sum_{j=0}^{\gamma_2} M^{(j)} s^j u + \sum_{k=0}^{\gamma_3} L^{(k)} s^k w, \tag{1.11}$$
$$y = \bar{D} q, \tag{1.12}$$
где $q(t) \in R^{n_1}$ — вектор промежуточных переменных, $Q^{(i)}$, $M^{(j)}$, $L^{(k)}$, $\bar{D}$ $(i = 0, \ldots, \gamma_1;\ j = 0, \ldots, \gamma_2;\ k = 0, \ldots, \gamma_3)$ — заданные матрицы чисел соответствующих размеров.

2. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА, ВЫЗОВ И ЗАГРУЗКА СИСТЕМЫ

Система ГАММА-1PC предназначена для работы на персональной ЭВМ типа IBM PC AT и совместимых с ней. Требуемый объем оперативной памяти 500 Кб, внешней — 2.5 Мб, операционная система MS-DOS версии 3.30 и выше.

Вызов и загрузка системы осуществляется запуском программы gamma1pc.exe.

3. ВВОД ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

3.1. ОБЩИЕ ПРАВИЛА

1) Дифференциальные и алгебраические уравнения вводятся следующим образом:

Уравнения записываются в их естественной форме. Формат записи уравнения следующий —

$$< \text{У} >::=< \text{ЧсУ} >=< \text{ЧсУ} > | < \text{ЧсУ} >= 0$$

$$< \text{ЧсУ} >:: [\{\pm\}] < \text{ЧУ} > | \quad [\{\pm\}] < \text{ЧУ} > \{\pm\} < \text{ЧУ} >$$

$$< \text{ЧУ} >::= [< \text{К} >] < \text{ИД} > [< \text{НП} >] [(< \text{НПР} >)],$$

где

$< \text{У} >$ — уравнение;

$< \text{ЧсУ} >$ — часть уравнения (левая или правая);

$< \text{ЧУ} >$ — член уравнения;

$< \text{К} >$ — коэффициент (целое или вещественное число). Если $< \text{К} >= 1$, то $< \text{К} >$ в записи члена уравнения можно опустить;

$< \text{ИД} >$ — идентификатор (строка);

$< \text{НП} >$ — номер переменной (целое число);

$< \text{НПР} >$ — номер производной (целое число), если $< \text{НПР} >= 0$, то $< \text{НПР} >$ можно не указывать. Например, j-я производная i-й компоненты вектора z записывается как $zi(j)$.

В системе имеет место следующее соответствие между идентификаторами переменных в языке описания данных и формулах:

$$Q \sim q; \quad U \sim u; \quad W \sim w; \quad Y \sim y; \quad Z \sim z$$

$$Zc \sim z_c; \quad X \sim x; \quad Xc \sim x_c.$$

Левые и правые части уравнений разделяются символом “=”, знак “+” у первых членов уравнений можно опускать в левой и правой частях.

После каждого уравнения ставится точка с запятой (символ “;”). Ввод исходных данных заканчивается нажатием клавиши $< F10 >$.

2) Функции, используемые для описания элементов векторов внешних возмущений и задающих воздействий имеют следующий формат записи

$$< \text{КВ} >::=< \text{ИД} > [< \text{НП} >] \{< T1 >:< T2 >\} =< \text{ФВ} >$$

$$< \text{ФВ} >::= [\pm] < \Phi > | < \Phi > \{\pm\} < \text{ФВ} >$$

$$< \Phi >::=< \text{К} > |[< \text{К} >]t|sin([< \text{К} >]t\pm[< \text{К} >])|cos([< \text{К} >]t\pm[< \text{К} >])$$

где

$< \text{КВ} >$ — компонент вектора;

$< \text{ИД} >$ — идентификатор (G – задающее воздействие, W – внешнее возмущение);

$< \text{НП} >$ — номер переменной (целое число);

$< T1 >$, $< T2 >$ — начальное и конечное время действия функции (вещественные числа);

$< \text{ФВ} >$ — выражение для функции;

< Ф > — элемент выражения;

< К > — коэффициент (целое или вещественное число);

Элементы вектора отделяются сиволом “;”.

3) Матрица записывается в виде последовательности целых или вещественных чисел по строкам, элементы одной строки отделяются друг от друга символом “,”, строки отделяются символом “;”, в полиномиальных матрицах матрицы при различных степенях отделяются друг от друга символом “#”. Если коэффициент матрицы нулевой он может быть опущен (разделитель остается).

4) Вектор записывается в виде последовательности целых или вещественных чисел, разделенных символом “;”.
Пример записи вектора: 7 $1.2E-1$ 35.8.

5) Числа записываются:
а) Целые — в их естественной форме, например, 3, 205 и т.п.
б) Вещественные — в форме с фиксированной или плавающей точкой, например, 7.1264, $-8.74E-3$ и т.п.

При вводе последовательности чисел отдельные элементы отделяются друг от друга символом “;”.

“%” - символ комментария, остаток строки после этого символа игнорируется.

3.2. ЗАПРОСЫ СИСТЕМЫ

Запросы системы отражаются в окне “Действие”. Возможны следующие виды запросов:

1. “Выйти? (y/n)” (выход из системы либо сеанса ввода данных).
2. “Введите имя директивы (Down - для вывода списка) и нажмите F10”
3. “Хотите просмотреть результаты работы модуля? (y/n)”
4. “Введите имя данных (Down - для вывода списка) для загрузки и нажмите F10 или нажмите F10 для ввода новых данных”
5. “Введите или отредактируйте данные и нажмите F10”
6. “Введите имя (Down - для вывода списка) для сохранения данных и нажмите F10 или нажмите F10 для отказа от сохранения”
7. “Переписать? (y/n)” - перезапись данных

При вводе данных в окне ”Данные” выводится сообщение о виде данных, над которыми в данный момент производится действие. Возможны следующие виды сообщений:

1. “Число, числа”
2. “Вектор”
3. “Матрица”
4. “Полиномиальная матрица”
5. “Вектор внешних возмущений”
6. “Вектор границ внешних возмущений”
7. “Дифференциальные уравнения объекта управления в форме Коши”
8. “Дифференциальные уравнения объекта управления в форме Лагранжа”
9. “Уравнения измеряемых переменных для объекта управления в форме Коши”
10. “Уравнения регулируемых переменных для объекта управления в форме Коши”

и т.д.

Кроме того для некоторых видов данных в этом же окне выводятся их желаемые размерности, если вместо соответствующей размерности стоит символ “?” - это означает, что пользователь может определить ее сам (например, “Матрица [5,?]” - необходимо ввести матрицу у которой 5 строк и любое количество столбцов).

4. ВЫВОД РЕЗУЛЬТАТОВ

Результатом работы директив синтеза регуляторов являются уравнения регулятора (1.5). Результат директив анализа: сообщение об устойчивости, управляемости и т.д., значения запасов устойчивости и установившихся ошибок, либо графики процессов управления. Директивы преобразований завершаются матрицами уравнений (1.1) либо (1.2).

5. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

5.1. АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ (ДИРЕКТИВЫ 111 И 112)

Пусть имеется полностью управляемый объект описываемый уравнением

$$\dot{x} = Ax + B_2 u. \tag{5.1}$$

Требуется найти матрицу D_c регулятора

$$u = D_c x \tag{5.2}$$

такую, чтобы на движениях системы (5.1), (5.2) при произвольных начальных отклонениях $x(t_0)$ минимизировался функционал

$$J = \int_0^\infty (x^{\mathrm{T}} Q x + u^{\mathrm{T}} u) dt \tag{5.3}$$

с заданной матрицей $Q \geq 0$.

Решение этой задачи состоит в нахождении матрицы $P > 0$, удовлетворяющей алгебраическому уравнению Риккати

$$AP + P^{\mathrm{T}} A - P B_2^{\mathrm{T}} B_2 P = -Q \tag{5.4}$$

и вычислению искомой матрицы

$$D_c = -B^{\mathrm{T}} P \tag{5.5}$$

Часто функционал (5.3) задается в форме

$$J = \int_0^\infty (\tilde{z}^{\mathrm{T}} Q^{(0)} \tilde{z} + u^{\mathrm{T}} u) dt, \quad Q^{(0)} > 0 \tag{5.6}$$

где $Q^{(0)}$ — заданная положительно определенная матрица. В этом случае в функционале (5.3)

$$Q = \tilde{C}_1^{\mathrm{T}} Q^{(0)} \tilde{C}_1 \tag{5.7}$$

Рассмотрим функционал более общей структуры чем (5.6), содержащий производные управлений

$$J = \int\limits_0^\infty (\tilde{z}^{\mathrm{T}} Q^{(0)} \tilde{z} + \sum_{i=0}^{\psi} u^{(i)^{\mathrm{T}}} M_i^{\mathrm{T}} M_i u^{(i)}) dt \tag{5.8}$$

где $M_i \ \ (i = 0, \ldots, \psi)$ — заданная матрица ($M_0 = I_m$). Решение задачи АКоР для функционала (5.8) имеет вид:

$$\sum_{i=0}^{\psi} C_i u^{(i)} = \bar{D}_c x, \tag{5.9}$$

где C_i, $\bar{D}_c \ \ (i = 0, \ldots, \psi)$ — матрицы чисел, которые являются решением специально построенных уравнений аналогичных уравнениям (5.4), (5.5). Уравнения для матриц уравнения (5.9) приведены в Приложении.

5.2. H_∞-СУБОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ (ДИРЕКТИВА 131)

5.2.1. Модель системы в пространстве состояний

Рассмотрим стационарную систему управления, описываемую уравнениями

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u, \quad z = C_1 x + D_{12} u, \quad y = C_2 x + D_{21} w, \tag{5.10}$$

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c y, \quad u = C_c x_c + D_c y, \tag{5.11}$$

Второе из этих уравнений совпадает с (1.5), а первое отличается от (1.4) слагаемыми $D_{12}u$ и $D_{21}w$, где $w = [\tilde{w}, \eta]^{\mathrm{T}}$, $\eta(t) \in R^r$ — вектор помех измерения, D_{12} и D_{21} — матрицы чисел соответствующих размерностей. Эти матрицы должны обладать следующими свойствами

$$D_{12}^{\mathrm{T}}[C_1, D_{12}] = [0, I_m] \tag{5.12}$$

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I_r \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

(I_m и I_r — единичные матрицы размеров $m \times m$ и $r \times r$ соответственно) Чтобы удовлетворить требование (5.12), сформируем вектор z как

$$z = \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_1 \\ 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix} u$$

и тогда матрицы

$$C_1 = \begin{bmatrix} \tilde{C}_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix}$$

удовлетворяют (5.12).

Условие (5.13) выполняется так как

$$B_1 = [\tilde{B}_1, 0], \quad D_{21} = [0, I_r]$$

Вектор z связан с вектором внешних возмущений соотношением

$$z = H(s)w, \tag{5.14}$$

5.2.2. Задача H_∞ оптимизации

H_∞ норма устойчивой действительной матрицы $H(s)$ — это число

$$||H(s)||_\infty = \sup_{0 \le \omega \le \infty} \bar{\sigma}[H(j\omega)], \tag{5.15}$$

где $\bar{\sigma}[H(j\omega)]$ — наибольшее сингулярное значение матрицы $H(j\omega)$, вычисляемое как

$$\bar{\sigma}[H(j\omega)] = \max_i \{\lambda_i^{1/2}[H^{\mathrm{T}}(-j\omega)H(j\omega)]\}, \tag{5.16}$$

где $\lambda_i[M]$ — i-тое собственное значение матрицы M.

Задача 1. *(Задача H_∞–субоптимального управления) [3] . Найти регулятор (5.11) такой, чтобы выполнялось следующее условие*

$$||H(s)||_\infty \le \gamma, \tag{5.17}$$

где γ — заданное положительное число и

$$\gamma > \gamma_0 = \min_{K(s)} ||H(s)||_\infty. \tag{5.18}$$

■

5.2.3. Алгоритм решения задачи H_∞-субоптимального управления

H_∞ субоптимальный регулятор находится на основе следующего [3] алгоритма 1.

1) Задать некоторое значение $\gamma > 0$.

2) Решить два уравнения Риккати

$$A^{\mathrm{T}}P + PA + \gamma^{-2}PB_1B_1^{\mathrm{T}}P - PB_2B_2^{\mathrm{T}}P = -C_1^{\mathrm{T}}C_1, \tag{5.19}$$

$$AR + RA^{\mathrm{T}} + \gamma^{-2}RC_1^{\mathrm{T}}C_1R - RC_2^{\mathrm{T}}C_2R = -B_1B_1^{\mathrm{T}}, \tag{5.20}$$

и найти $P \ge 0$ и $R \ge 0$. Если такие матрицы не существуют, увеличив γ, вернуться к 2.

3) Проверить, что матрицы P и R неотрицательно-определенные и $|\lambda_i[PR]| < \gamma^2 \quad (i = 1, \dots, n)$, если это условие нарушается, вернуться к 2, увеличив γ, если выполняется вернуться к 2 уменьшив γ.

4) Сформировать матрицы регулятора (5.11)

$$\begin{array}{c} A_c = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^{\mathrm{T}} P - (I - \gamma^{-2} RP)^{-1} R C_2^{\mathrm{T}} C_2, \\ B_c = (I - \gamma^{-2} RP)^{-1} R C_2^{\mathrm{T}}, \quad C_c = -B_2^{\mathrm{T}} P, \quad D_c = 0. \end{array} \tag{5.21}$$

Примечание 1. *Если все компоненты вектора состояний объекта управления (5.10) измеряются ($y = x$), тогда решается только уравнение Риккати (5.19), и регулятор (5.11) имеет вид*

$$u = D_c x, \quad D_c = -B_2^{\mathrm{T}} P. \tag{5.22}$$

■

Уравнения (5.19), (5.20) решаются на основе вычисления собственных чисел гамильтониановых матриц

$$H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^{\mathrm{T}} - B_2 B_2^{\mathrm{T}} \\ -C_1^{\mathrm{T}} C_1 & -A^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

$$J_\infty = \begin{bmatrix} A^{\mathrm{T}} & \gamma^{-2} C_1^{\mathrm{T}} C_1 - C_2^{\mathrm{T}} C_2 \\ -B_1 B_1^{\mathrm{T}} & -A \end{bmatrix} \tag{5.24}$$

Для решения уравнения (5.4) используется матрица (5.23) при $\gamma \to \infty$.

5.3. ТОЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

5.3.1. Задача точного управления

Заменим требования (1.8) к установившимся ошибкам системы (5.10), (5.11) неравенством

$$\tilde{z}_{st}^{\mathrm{T}} Q^{(0)} \tilde{z}_{st} \le \eta^2 \tag{5.25}$$

где

$$Q^{(0)} = \mathrm{diag}\Big[(z_1^*)^{-2}, \dots, (z_{m_1}^*)^{-2}\Big], \quad \tilde{z}_{st} = [\tilde{z}_{1,st}, \dots, \tilde{z}_{m_1,st}]^{\mathrm{T}}. \tag{5.26}$$

При $\eta = 1$ условие (5.25) достаточно для выполнения требований (1.8).

Обозначим

$$J(\bar{\omega}, \bar{\delta}) = \tilde{z}_{st}^{\mathrm{T}} Q^{(0)} \tilde{z}_{st} \tag{5.27}$$

где

$$\bar{\omega} = [w_1, \dots, w_\rho]^{\mathrm{T}}, \quad \bar{\delta} = [\bar{\delta}^{(1)^{\mathrm{T}}}, \dots, \bar{\delta}^{(\rho)^{\mathrm{T}}}]^{\mathrm{T}}, \tag{5.28}$$

$$\bar{\delta}^{(k)} = [\delta_1^{(k)}, \dots, \delta_\mu^{(k)}]^{\mathrm{T}}, \quad (k = 1, \dots, \rho_1),$$

$$\delta_i^{(k)} = \sqrt{|\delta_i^{s,k}|^2 + |\delta_i^{c,k}|^2} \quad ((i = 1, \dots, \mu), \quad (k = 1, \dots, \rho_1)).$$

Будем говорить, что $\bar{\delta} \in \Delta$ и $\bar{\omega} \in \Omega$ если выполняются ограничения (1.7). Значение

$$J = \sup_{\bar{\omega} \in \Omega} \sup_{\bar{\delta} \in \Delta} J(\bar{\omega}, \bar{\delta}) \tag{5.29}$$

называется показателем установившейся точности.

Задача 2. *(задача точного управления установившимся состоянием). Найти регулятор (1.5) такой, чтобы ошибка системы (1.4), (1.5) удовлетворяла неравенству*

$$J \le \eta^2 \tag{5.30}$$

для $\eta = 1$. Если такого регулятора не существует, то найти регулятор и допуск η^2, для которых выполняется условие (5.25) ■

5.3.2. Объект первого вида (Директива 141)

Рассмотрим объект управления, описываемый уравнениями (1.9).

Пусть этот объект, возбужденный одночастотным внешним возмущением $\tilde{w}$, замкнут регулятором (обратная связь по состоянию)

$$u = D_c^* x, \tag{5.31}$$

в котором матрица D_c^* определяется как

$$D_c^* = -B_2^{\mathrm{T}} P^*, \tag{5.32}$$

где P^* — положительно определенная матрица, удовлетворяющая уравнению Риккати

$$A^{\mathrm{T}} P^* + P^* A - P^* B_2 B_2^{\mathrm{T}} P^* = -\alpha^2 \tilde{C}_1^{\mathrm{T}} \tilde{Q}^{(0)} \tilde{C}_1. \tag{5.33}$$

Если коэффициент α уравнения Риккати (5.33) выбирается из неравенства

$$\alpha^2 \geq \sum_{i=1}^{\mu} {w_i^*}^2, \tag{5.34}$$

тогда регулятор (5.31) обеспечивает [1] выполнение требований (5.30) для $\eta = 1$ к точности системы (1.9), (5.31).

5.3.3. Объект второго вида (Директивы 113 и 142)

Способы преобразования уравнений

Рассмотрим два пути преобразования уравнения (1.2) к форме (1.9) объекта управления первого вида.

Первый способ состоит в использовании "условных" векторов управлений и возмущений

$$\bar{u} = T_2^{-1}(0) T_2(s) u, \quad \bar{w} = T_2^{-1}(0) T_3(s) \tilde{w}. \tag{5.35}$$

Тогда уравнение (1.2) принимает вид

$$T_1(s) y = T_2(0)(\bar{u} + \bar{w}). \tag{5.36}$$

Это уравнение легко преобразуется в форму

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}_2(\bar{u} + \bar{w}), \quad \tilde{z} = y = \bar{C}_1 \bar{x}, \tag{5.37}$$

где $\bar{x}$ — полностью измеряемый вектор, который выражается через вектор y следующим образом

$$\bar{x} = \Gamma(s) y, \tag{5.38}$$

где $\Gamma(s)$ — полиномиальная матрица.

Второй способ базируется на использовании вектора $\bar{\bar{w}}$, который является решением следующего уравнения

$$T_2(s)\bar{\bar{w}} = T_3(s) w \tag{5.39}$$

Тогда уравнение (1.2) представляется в форме $T_1(s)y = T_2(s)(u + \bar{\bar{w}})$, которую можно преобразовать следующим образом

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + B_2(\bar{u} + \bar{w}), \quad \bar{\bar{z}} = \bar{\bar{y}} = \bar{\bar{C}}_1 \bar{\bar{x}}. \tag{5.40}$$

Методы синтеза

Первый метод (директива 142). Для того, чтобы использовать процедуру раздела 5.3.2 необходимо найти границы $\bar{w}_i^*$ "внешних возмущений" $\bar{w}$. Эти границы могут быть вычислены на основе (5.35) при одночастотном возмущении следующим образом

$$\bar{w}_i^* = \sup_{0 \leq \omega \leq \infty} \left| [T_2^{-1}(0) T_3(j\omega)\delta]_{(i)} \right| \qquad (i = 1, \ldots, m) \tag{5.41}$$

После замены в неравенстве (5.34) w_i^* на $\bar{w}_i^*$ $(i = 1, \ldots, m)$ решается уравнение Риккати (5.33) при $A = \bar{A}$, $B_2 = \bar{B}_2$, $C_1 = \bar{C}_1$ и находится

$$\bar{u} = \bar{D}_c \bar{x}. \tag{5.42}$$

Уравнение регулятора в форме “вход-выход” следует из (5.42), если принять во внимание выражения (5.35) и (5.38) для $\bar{u}$ и $\bar{x}$,

$$G(s)u = R(s)y, \tag{5.43}$$

где полиномиальные матрицы

$$G(s) = T_2^{-1}(0)T_2(s), \quad R(s) = \bar{D}_c\Gamma(s). \tag{5.44}$$

Преобразование уравнения (5.43) к форме (5.11) дает искомый регулятор.

Однако может случиться, что уравнение (5.43) не преобразуется к форме (5.11). Например, если $r = m = 1$ и степень полинома $R(s)$ больше степени полинома $G(s)$.

В таком случае уравнение Риккати (5.33) изменяется следующим образом. Вспоминая, что уравнение Риккати (5.33) дает решение задачи о минимуме функционала

$$J = \int_0^\infty [\alpha^2 y^{\text{т}} Q^{(0)} y + u^{\text{т}} u]dt, \quad \tilde{z} = y \tag{5.45}$$

при $w = 0$.

Если функционал (5.45) заменить на

$$J_\varepsilon = \int_0^\infty [\alpha^2 y^{\text{т}} Q^{(0)} y + u^{\text{т}} u + \varepsilon_1 \dot{u}^{\text{т}} \dot{u} + \ldots + \varepsilon_k u^{(k)^{\text{т}}} u^{(k)}]dt, \tag{5.46}$$

где $\varepsilon_i \quad (i = 1, \ldots, k)$ — положительные достаточно малые числа, тогда полиномиальная матрица $G(s)$ имеет структуру

$$\tilde{G}(s) = T(s)T_2^{-1}(0)T_2(s), \tag{5.47}$$

где $T(s)$ — полиномиальная матрица степени k, которая может быть всегда выбрана из условий преобразования (5.43) к форме (5.11).

Коэффициенты матрицы $T(s)$ исчезают [1] вместе с $\varepsilon_i \quad (i = 1, \ldots, k)$ так же как коэффициенты матрицы $\bar{R}(s)$, входящей в матрицу $\tilde{R}(s) = R(s) + \bar{R}(s)$.

Регулятор, полученный таким способом

$$\tilde{G}(s)u = \tilde{R}(s)y \tag{5.48}$$

близок к регулятору (5.43) на интервале частот $[0, \omega^*]$, где ω^* зависит от $\varepsilon_i \quad (i = 0, \ldots, k)$ и он стремится к бесконечности, если $\varepsilon_i \quad (i = 1, \ldots, k)$ стремится к нулю.

Второй метод (директива 113) опирается на уравнение (5.39). Границы внешнего возмущения $\bar{\bar{w}}(t)$ определяются для одночастотного случая как

$$\bar{\bar{w}}_i^* = \sup_{0 \le \omega \le \infty} [T_2^{-1}(j\omega)T_3(j\omega)\bar{\delta}]_i, \quad (i = 1, \ldots, \mu), \tag{5.49}$$

Регулятор (5.11) описывается в этом случае уравнениями

$$\dot{\hat{x}} = \bar{\bar{A}}\hat{x} + \bar{\bar{B}}_2\bar{\bar{u}} + K_f(\bar{\bar{y}} - \bar{\bar{C}}_2\hat{x}), \tag{5.50}$$

$$\bar{\bar{u}} = C_c\hat{x}, \tag{5.51}$$

где (5.50) — уравнение наблюдателя, которое может быть переписано как (5.11), где

$$A_c = \bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}}_2 C_c - K_f\bar{\bar{C}}_2, \quad B_c = K_f, \quad D_c = 0. \tag{5.52}$$

Неизвестные матрицы K_f и C_c регулятора (5.50), (5.51) определяются как

$$C_c = -B_2^{\text{т}}\bar{\bar{P}}, \quad K_f(\rho) = R(\rho)C_2^{\text{т}}, \tag{5.53}$$

где $\bar{\bar{P}}$ и $R(\rho)$ положительно определенные матрицы решения уравнений Риккати

$$\bar{\bar{A}}^{\text{т}}\bar{\bar{P}} + \bar{\bar{P}}\bar{\bar{A}} - \bar{\bar{P}}\bar{\bar{B}}_2\bar{\bar{B}}_2^{\text{т}}\bar{\bar{P}} = -\alpha^2\bar{\bar{C}}_2^{\text{т}}\tilde{Q}^{(0)}\bar{\bar{C}}_2, \tag{5.54}$$

$$\bar{\bar{A}}R(\rho) + R(\rho)\bar{\bar{A}}^{\text{т}} - R(\rho)\bar{\bar{C}}_2^{\text{т}}\bar{\bar{C}}_2R(\rho) = -Q - \rho^2\bar{\bar{B}}_2W\bar{\bar{B}}_2^{\text{т}}. \tag{5.55}$$

Здесь W и Q — положительная и неотрицательно определенная квадратные матрицы соответственно, ρ — некоторое число. Если параметр α уравнения Риккати (5.54) выбирать из неравенства (5.34) $\Big($где w_i^* заменяется на $\bar{\bar{w}}_i^* \quad (i = 1, \ldots, m)\Big)$ и ρ^2 в (5.55) — достаточно большое число $(\rho \to \infty)$ [4], тогда регулятор (5.11) с коэффициентами (5.52), (5.53) решает задачу точного управления. Наблюдатель (5.50), в котором матрица K_f определяется на основе уравнения Риккати (5.55) будем называть наблюдателем К-Д (Калман–Дойл)

5.3.4. Объект третьего вида

Определение 1. *Объектом третьего вида называется объект, описываемый уравнениями*

$$\dot{x} = Ax + B_1\tilde{w} + B_2u, \quad \tilde{z} = \tilde{C}_1x, \quad y = x, \tag{5.56}$$

■

Он отличается от объекта первого вида неравенством

$$B_1 \neq B_2 \tag{5.57}$$

Для объекта (5.56) может не существовать управления $u = D_cx$, решающего задачу точного управления. Однако есть два частных случая, когда такое решение существует.
Первый случай: существует число γ^2 такое, что матрица

$$B_3B_3^{\text{т}} = B_2B_2^{\text{т}} - \gamma^{-2}B_1B_1^{\text{т}} \geq 0 \tag{5.58}$$

при этом пара $(B_3,\, A)$ — стабилизируема (неравенство (5.58) означает, что $B_3B_3^{\text{т}}$ — неотрицательно определенная матрица).

В этом случае находим минимальное $\gamma^2 = \gamma_2^2$, при котором выполняется неравенство (5.58), и решаем при $\gamma^2 = \gamma_2^2$ следующее уравнение Риккати

$$A^{\text{т}}P + PA + \gamma^{-2}PB_1B_1^{\text{т}}P - PB_2B_2^{\text{т}}P = -\alpha^2C_1^{\text{т}}\tilde{Q}^{(0)}C_1, \tag{5.59}$$

которое при $\tilde{Q}^{(0)} = I_m$ и $\alpha = 1$ совпадает с уравнением (5.19).

Параметр α в уравнении (5.59) должен удовлетворять условию

$$\alpha^2 = \rho\gamma_2^2\sum_{i=1}^{m}(w_i^*)^2 \tag{5.60}$$

Второй случай: полином $\det\tilde{T}_2(s)$ — гурвицев, где $\tilde{T}_2(s)$ — матричный полином уравнения объекта (5.56) в форме "вход-выход", если $\tilde{z}$ — выход

$$\tilde{T}_1(s)\tilde{z} = \tilde{T}_2(s)u + \tilde{T}_3(s)\tilde{w} \tag{5.61}$$

В этом случае решим задачу 1 для обектов второго вида $y = \tilde{z}$ и получим регулятор

$$G(s)u = R(s)\tilde{z} \tag{5.62}$$

Приводим его к форме Коши и полагаем $\tilde{z} = C_1x$.

5.3.5. Объекты третьего вида (общий случай)

В этом случае число α, входящее в (5.59) неизвестно и поэтому используется следующий алгоритм: изменить α и находить минимальное значение $\gamma^2(\alpha)$ (при котором решение уравнения (5.59) $P > 0$) до получения чисел α_0 и ν^2 таких, что

$$\nu^2 = \frac{\gamma_{min}^2(\alpha_0)}{\alpha_0^2} = \min_{\alpha}\frac{\gamma_{min}^2(\alpha)}{\alpha^2} \tag{5.63}$$

Искомое в задаче точного управления число

$$\eta^2 = \nu^2\sum_{i=1}^{\mu}w_i^{*2} \tag{5.64}$$

5.3.6. Объекты четвертого вида

Определение 2. *Объектом четвертого вида называется объект (1.1), который может быть неминимально-фазовым (нарушается условие (в) определения 2.)* ■

Чтобы решить задачу точного управления для такого объекта используем уравнения

$$A^{\text{т}}P + PA + \gamma^{-2}\beta^2PB_1\tilde{Q}^{(1)}B_1^{\text{т}}P - PB_2B_2^{\text{т}}P = -\alpha^2C_1^{\text{т}}\tilde{Q}^{(0)}C_1, \tag{5.65}$$

$$AR + RA^{\text{т}} + \gamma^{-2}\alpha^2 RC_1^{\text{т}}\tilde{Q}^{(0)}C_1R - RC_2^{\text{т}}C_2R = -\beta^2 B_1\tilde{Q}^{(1)}B_1^{\text{т}}, \tag{5.66}$$

где $\tilde{Q}^{(1)} = \operatorname{diag}[\tilde{q}_{11}^{(1)}, \ldots, \tilde{q}_{mm}^{(1)}]$, $\tilde{q}_{11}^{(1)} \geq 0$, β — некоторое число, пара $(B_1\tilde{L}^{(1)}, A)$ — стабилизируема, где $\tilde{L}^{(1)} = \operatorname{diag}\left[\sqrt{\tilde{q}_{11}^{(1)}}, \ldots, \sqrt{\tilde{q}_{mm}^{(1)}}\,\right]$
$(\tilde{L}^{(1)^{\text{т}}}\tilde{L}^{(1)} = \tilde{Q}^{(1)})$.

Эти уравнения совпадают с уравнениями (5.19) и (5.20) при $\alpha = \beta = 1$, $\tilde{Q}^{(0)} = I$, $\tilde{Q}^{(1)} = I$, $C_1 = C_2$.

Выражения для матриц регулятора (5.11) имеют вид

$$\begin{aligned} A_c &= A + \gamma^{-2}\beta^2 B_1\tilde{Q}^{(1)}B_1^{\text{т}}P - B_2B_2^{\text{т}}P - (I - \gamma^{-2}RP)^{-1}RC_2^{\text{т}}C_2, \\ B_c &= (I - \gamma^{-2}RP)^{-1}RC_2^{\text{т}}, \quad C_c = -B_2^{\text{т}}P, \quad D_c = 0. \end{aligned} \tag{5.67}$$

Уравнение (5.66) совпадает при $B_1 = B_2$ с уравнением (5.55), используемом для построения наблюдателя во втором методе синтеза регуляторов. Поэтому, если объект (1.1) — минимально-фазовый и приведен к форме (5.40), то при $\gamma \to \infty$ и достаточно больших β^2 в уравнениях (5.65)

и (5.66) регулятор (5.11) с коэффициентами (5.67) дает решение задачи, если α удовлетворяет неравенству (5.34) при $w_i^* = \bar{w}_i^*$ $(i = 1, \ldots, \mu)$.

Число ν в выражении (5.64) находится аналогично изложенному в разделе 5.3.4

$$\nu^2 = \min_{\substack{0 \leq \alpha \leq \infty \\ 0 \leq \beta \leq \infty}} \frac{\gamma_{min}^2(\alpha, \beta)}{\alpha^2} \tag{5.68}$$

Литература

[1] Александров А. Г. “Синтез регуляторов многомерных систем.” М.: Машиностроение, 1986.

[2] Alexandrov A. G., Chestnov V. N. “Accuracy control and H_∞ optimization” 17th IFIP TC7 Conference on System Modelling and Optimization. 1995, Prague, Czech Republic.

[3] Doyle J. C., Glover K., Khargonekar P. P., Francis B. A. “State–space Solutions of standard H_2 and H_∞ Control Problem” IEEE Trans. on Autom. Control. vol.34., No. 8, August 1989

[4] Doyle J. C., G. Stein “Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis”, IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-26, No. 1.

Приложения

П1. ЭТАПЫ ДИРЕКТИВЫ 142.1 (1С008)

Исходными данными для этой директивы служат:

1) Модель объекта управления, описываемая уравнением (1.11).
2) Модель измерительного устройства и регулируемых переменных (1.12).
3) Компоненты вектора допустимых установившихся ошибок (1.8).
4) Вектор границ внешних возмущений (1.7).
5) Желаемое значение обобщенной частоты среза системы (см. ниже).

Этапы директивы

1) Приведение моделей объекта управления и измерительного устройства к форме Коши (1.1).
2) Анализ наблюдаемости модели объекта управления. (Если объект не полностью наблюдаем, то вычисления останавливаются).
3) Анализ управляемости модели объекта управления. (Если объект не полностью управляем, то вычисления останавливаются).
4) Приведение модели объекта управления к форме "вход-выход" (1.2).
5) Анализ корней λ_i полинома $\det T_2(s)$. Если все корни имеют отрицательные вещественные части, то идти к п. 9. Иначе останов.
6) Формирование модели объекта управления с "условными" управляющими и возмущающими воздействиями по формулам (5.35), (5.41).
7) Формирование коэффициентов функционала оптимизации на основе "условных" возмущающих воздействий.

$$J_1 = \int_0^\infty (y^{\text{т}} Q_0 y + u^{*\text{т}} M_0^{\text{т}} M_0 u^*) dt$$
$$Q_0 = diag[q_{ii}], q_{ii} \le \sum_{k=1}^{\mu} \frac{{w_k^*}^2}{{z_{\text{уст.}}^*}^2}, \quad M_0 = I_m, \quad (i = 1, \ldots, m)$$

8) Приведение модели объекта управления в форме "вход-выход" с "условными" управляющими и возмущающими воздействиями к канонической форме Коши (5.37)
9) Определение прогнозируемой обобщенной частоты среза $w_{\text{ср.об}}$ из неравенства

$$\det\big[I_m + T_{20}^{\text{т}}(-j\omega_{\text{ср.об.}}) \cdot T_1^{\text{т}}(-j\omega_{\text{ср.об.}}) \cdot Q_0 \cdot T_1^{\text{т}}(-j\omega_{\text{ср.об.}}) \cdot \\ \cdot T_{20}^{\text{т}}(-j\omega_{\text{ср.об.}})\big] \le 2 \qquad (\text{П}1.1)$$

10) Анализ выполнения условия структурной грубости. Если оно не выполняется ($w_{\text{ср.об}}^* < w_{\text{ср.об}}$),то идти к п. 19

11) Преобразование функционала оптимизации в форме по регулируемым переменным в форму по переменным состояния объекта управления:

$$J_2 = \int_0^{\infty} (\check{x}^{\mathrm{т}} \check{Q}_0 \check{x} + u^{*\mathrm{т}} M_0^{\mathrm{т}} M_0 u^*) dt \tag{П1.2}$$

где $\check{Q} = C_1^{\mathrm{т}} Q_0 \mathrm{C}_!$.

12) Формирование функционала оптимизации из условия реализуемости регулятора

$$J_3 = \int_0^{\infty} (\check{x}^{\mathrm{т}} \check{Q}_0 \check{x} + \sum_{i=0}^{\psi} u^{*(i)^{\mathrm{т}}} M_i^{\mathrm{т}} M_i u^{*(i)}) dt, \tag{П1.3}$$

где $\psi = [\text{степень} T_1(s)] - [\text{степень} T_2(s)]$.

13) Формирование модели объекта управления в расширенной форме Коши и преобразование функционала оптимизации:

$$\dot{\tilde{\bar{x}}} = \tilde{\bar{A}} \cdot \tilde{\bar{x}} + \tilde{\bar{B}} \cdot \tilde{u}, \quad J_1 = \int_0^{\infty} (\tilde{\bar{x}}^{\mathrm{т}} \tilde{\bar{Q}}_0 \tilde{\bar{x}} + \tilde{u}^{*^{\mathrm{т}}} \tilde{u}^*) dt$$

где

$$\tilde{\bar{A}} = \begin{bmatrix} A & B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I_m & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_m & \dots & 0 \\ \vdots & & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \tilde{\bar{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ M_{\psi}^{-1} \end{bmatrix},$$
$$\tilde{\bar{Q}} = \begin{bmatrix} \check{Q} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_0^{\mathrm{т}} M_0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & M_1^{\mathrm{т}} M_1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{\psi-2}^{\mathrm{т}} M_{\psi-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M_{\psi-1}^{\mathrm{т}} M_{\psi-1} \end{bmatrix} \tag{П1.4}$$

$$M_i^{\mathrm{т}} M_i = I_m \bar{m}_i \tag{П1.5}$$

$$\bar{m}_i = \frac{c\psi^i}{psi^i} q^{2i}, \quad (i = 1, \dots, \psi), \quad q = \frac{\sqrt{\psi}}{(5 \cdots 10) w^*_{\text{ср.об.}}} \tag{П1.6}$$

c_{ψ}^i — число сочетаний из ψ элементов по i.

14) Решение уравнения Риккати

$$\tilde{\bar{P}} \tilde{\bar{A}} + \tilde{\bar{A}}^{\mathrm{т}} \tilde{\bar{P}} - \tilde{\bar{P}} \tilde{\bar{B}} \tilde{\bar{B}}^{\mathrm{т}} \tilde{\bar{P}} + \tilde{\bar{Q}} = 0 \tag{П1.7}$$

и формирование

$$\tilde{\bar{C}}^{\mathrm{т}} = -\tilde{\bar{B}}^{\mathrm{т}} \tilde{\bar{P}} \tag{П1.8}$$

15) Формирование уравнений регулятора в форме "вход-выход" с учетом "условных" управляющих воздействий и канонических переменных объекта управления.

$$T_u(s) u = T_y(s) y \tag{П1.9}$$

где

$$T_u(s) = G(s) \cdot T_{20}^{-1} \cdot T_2(s), \quad T_y(s) = C^{\mathrm{т}}(s), \tag{П1.10}$$

$$G(s) = \sum_{i=0}^{\psi-1} C_i^{\mathrm{т}} + M_{\psi} s^{\psi}, \tilde{\bar{C}}^{\mathrm{т}} = \left[C^{\mathrm{т}}, -C_0^{\mathrm{т}}, -C_1^{\mathrm{т}}, \cdots, -C_{\psi-1}^{\mathrm{т}}\right] \tag{П1.11}$$

Идти к п. 22.

16) Вычисление постоянной времени t_1 дополнительных инерционных звеньев из неравенства:

$$\det\left[E_m + \frac{1}{t_1^2\omega_{\text{ср.об.}}+1}\cdot T_{20}^{\text{т}}(-j\omega_{\text{ср.об.}})\cdot T_1^{\text{т}}(-j\omega_{\text{ср.об.}})\cdot Q_0\cdot T_1^{\text{т}}(-j\omega_{\text{ср.об.}})\cdot \right. \\ \left. \cdot T_{20}^{\text{т}}(-j\omega_{\text{ср.об.}})\right] \leq 2 \tag{П1.12}$$

17) Формирование модели объекта управления, измерительного устройства и функционала оптимизации с учетом дополнительных инерционных звеньев:

$$\dot{\tilde{x}} = -t_1^{-1}\tilde{x} + t_1^{-1}y, \quad \bar{x}^{\text{т}} = \left[\check{x}^{\text{т}}, \tilde{x}^{\text{т}}\right], \quad y = \bar{N}\cdot\bar{x} \tag{П1.13}$$

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + Bu^*, \quad J_1 = \int_0^\infty (\bar{x}^{\text{т}}\bar{Q}\bar{x} + u^{*\text{т}}M_0^{\text{т}}M_0u^*)dt, \tag{П1.14}$$

где

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_0 \end{bmatrix} \tag{П1.15}$$

18) Формирование функционала оптимизации из условия реализуемости регулятора

$$J_3 = \int_0^\infty (\bar{x}^{\text{т}}\bar{Q}\bar{x} + \sum_{i=0}^{\psi} u^{*(i)^{\text{т}}}M_i^{\text{т}}M_iu^{*(i)})dt, \tag{П1.16}$$

$$\psi = [\text{степень} \quad T_1(s)] - [\text{степень} \quad T_2(s)] \tag{П1.17}$$

19) Формирование модели объекта управления в расширенной форме Коши и преобразование функционала оптимизации:

$$\dot{\bar{\bar{\tilde{x}}}} = \bar{\bar{\tilde{A}}}\cdot\bar{\bar{\tilde{x}}} + \bar{\bar{\tilde{B}}}\bar{\bar{\tilde{u}}}, \quad J_1 = \int_0^\infty (\bar{\bar{\tilde{x}}}^{\text{т}}\bar{\bar{\tilde{Q}}}\bar{\bar{\tilde{x}}} + \bar{\bar{\tilde{u}}}^{*^{\text{т}}}\bar{\bar{\tilde{u}}}^*)dt, \tag{П1.18}$$

20) Решение уравнения Риккати

$$\bar{\bar{\tilde{P}}}\bar{\bar{\tilde{A}}} + \bar{\bar{\tilde{A}}}^{\text{т}}\bar{\bar{\tilde{P}}} - \bar{\bar{\tilde{P}}}\bar{\bar{\tilde{B}}}\bar{\bar{\tilde{B}}}^{\text{т}}\bar{\bar{\tilde{P}}} + \bar{\bar{\tilde{Q}}} = 0, \tag{П1.19}$$

и формирование

$$\bar{\bar{\tilde{C}}}^{\text{т}} = -\bar{\bar{\tilde{B}}}^{\text{т}}\bar{\bar{\tilde{P}}} \tag{П1.20}$$

21) Формирование модели управляющего устройства в форме "вход-выход" с учетом "условных" управляющих воздействий и канонических переменных объекта управления:

$$T_u(s)u = T_y(s)y \tag{П1.21}$$

где

$$T_u(s) = (t_1s+1)\cdot G(s)\cdot T_{20}^{-1}\cdot T_2(s), \quad T_y(s) = (t_1s+1)\cdot C^{\text{т}} + \tilde{C}^{\text{т}}, \tag{П1.22}$$

$$G(s) = \sum_{i=0}^{\psi-1} C_i^{\text{т}}s^i + M_\psi s^\psi, \bar{\bar{\tilde{C}}}^{\text{т}} = \left[C^{\text{т}}, \tilde{C}^{\text{т}}, -C_0^{\text{т}}, -C_1^{\text{т}}, \cdots, -C_{\psi-1}^{\text{т}}\right] \tag{П1.23}$$

22) Приведение модели управляющего устройства к форме Коши (1.5).

23) Анализ динамики САУ.

П2. ОСНОВНЫЕ ПРОГРАММНЫЕ МОДУЛИ СИСТЕМЫ ГАММА-1PC

Имя модуля	Назначение
M080a	Приведение уравнений, заданных в форме Лагранжа (1.11), к форме Коши (1.1)
M080b	Приведение уравнений, заданных в форме вход-выход (1.2), к форме Коши (1.1)
M017a	Анализ управляемости объекта
M017b	Анализ управляемости объекта по возмущающим воздействиям
M017c	Анализ наблюдаемости объекта по измеряемым переменным
M017d	Анализ наблюдаемости объекта по регулируемым переменным
M028	Приведение уравнений к форме вход-выход
M035	Анализ устойчивости объекта по управлению
M038	Формирование условных возмущений (5.41)
M034	Определение параметров функционала оптимизации по значениям допустимых установившихся ошибок по формулам (5.26), (5.34)
M030	Формирование канонической модели объекта (5.37)
M020	Вычисление прогнозируемой обобщенной частоты среза (П1.1)

Имя модуля	Назначение
M022	Вычисление постоянных времени дополнительных инерционных звеньев (П1.12)
M023	Формирование объекта управления и функционала с учетом дополнительных инерционных звеньев (П1.13)
M010a	Преобразование функционала оптимизации из форму по регулируемым переменным в форму по переменным состояния (5.7)
M010b	Формирование правой части в уравнении Риккати (5.19)
M010c	Формирование правой части в уравнении Риккати (5.20)
M010e	Формирование правой части в уравнении Риккати (5.55)
M010d	Формирование правой части в уравнении Риккати (5.33), (5.54), (5.59), (5.65)
M010e	Формирование правой части в уравнении Риккати (5.66)
M047	Определение параметров функционала оптимизации из условия реализуемости регулятора (П1.3)
M025	Формирование матриц расширенной модели объекта и канонической формы функционала (П1.4)
M0211a	Построение матрицы Гамильтониана для задачи АКоР (уравнения Риккати (5.4))
M0211b	Построение матрицы Гамильтониана (5.23) для задачи H_∞–субоптимального управления (уравнения Риккати (5.19)
M0211c	Построение матрицы Гамильтониана (5.24) для задачи H_∞–субоптимального управления (уравнения Риккати (5.20)
M0211d	Построение матрицы Гамильтониана (5.24) для вычисления наблюдателя К-Д (5.54)
M0211e	Построение матрицы Гамильтониана для вычисления наблюдателя К-Д (5.55)
M0211f	Построение матрицы Гамильтониана (5.65)
M0211g	Построение матрицы Гамильтониана (5.66)

Имя модуля	Назначение
M0212	Решение уравнения Риккати методом диагонализации
M058u	Формирование матриц модели регулятора в форме вход–выход (П1.9), (П1.10), (П1.11)
M058tu	Формирование матриц модели регулятора в форме вход–выход с учетом дополнительных инерционных звеньев (П1.21), (П1.22), (П1.23)
M105	Моделирование системы объект-регулятор
M33	Определение начального значения для коэффициента γ
M36	Проверка выполнения условия $\lvert\lambda_i[PR]\rvert < \gamma^2$
M039a	Построение матриц К-Д регулятора (5.52)
M039b	Построение матриц H_∞ регулятора (5.11)