А.Г.Александров, доктор физ.-мат. наук.

Московский Государственный институт Стали и Сплавов (Технологический Университет)

ЧАСТОТНОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УСТОЙЧИВЫМ ОБЪЕКТОМ ПРИ НЕИЗВЕСТНОМ ОГРАНИЧЕННОМ ВОЗМУЩЕНИИ [1]

Предлагается алгоритм адаптации коэффициентов регулятора асимптотически устойчивого объекта при неизвестном ограниченном возмущении. В алгоритме используется достаточно малый испытательный гармонический сигнал, который позволяет идентифицировать объект и замкнутую модальным регулятором систему с необходимой точностью. Результат идентификации характеристического полинома замкнутой системы сравнивается с коэффициентами желаемого полинома и при их близости процесс адаптации заканчивается. Получены условия, накладываемые на возмущение, при которых процесс адаптации сходится. Эти условия могут быть проверены экспериментально.

1. Введение

В теории адаптивного управления можно выделить два направления, которые различаются предположениями о внешних возмущениях.

В первом направлении возмущения отсутствуют либо они являются случайным процессом. Это направление имеет большую историю связанную, в частности, с системами с эталонной моделью [1] и использованием методов наименьших квадратов [2].

Последние два десятилетия развивается второе направление, в котором возмущение является неизвестной ограниченной функцией. Ряд алгоритмов этого направления разработан на основе метода рекуррентных целевых неравенств [2], [3], метода наименьших квадратов с зоной нечувствительности [4] и частотного адаптивного управления [5], [6].

Частотный подход к адаптивному управлению основан на использовании испытательного (пробного, поискового) сигнала. Системы с таким сигналом активно исследовались в 60-х годах, когда были построены эвристические алгоритмы адаптивного управления устойчивыми объектами [7], [8]. В работе [9] было предложено изменить схему эксперимента при определении частотных характеристик объекта путем умножения суммы гармоник испытательного сигнала на $e^{\lambda t}$ $(\lambda > 0)$, а выход объекта умножить на $e^{-\lambda t}$. Это позволило разработать частотный подход для неустойчивых объектов, доказать сходимость процесса идентификации и предложить прямые [5] и идентификационные [6] алгоритмы адаптивного управления.

Однако, экспоненциально возрастающие амплитуды испытательного сигнала создают ряд трудностей [10] при ограничениях на входной сигнал объекта. Для асимптотически устойчивых объектов можно использовать ограниченный испытательный сигнал, если принять $\lambda = 0$. В этом случае возникает проблема сходимости процессов идентификации и адаптации, вызванная возможным совпадением частот возмущения и испытательного сигнала.

[1] Статья является расширенным вариантом доклада [13] на симпозиуме по адаптивному управлению в г. Глазгов (Англия).

Настоящая работа посвящена алгоритму адаптивного управления, асимптотически устойчивым объектам и условиям, накладываемым на возмущение, при которых этот алгоритм сходится.

2. Постановка задачи

Рассмотрим полностью управляемый асимптотически устойчивый объект, описываемый уравнением

$$y^{(n)} + d_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + d_0 y = k_\gamma u^{(\gamma)} + \cdots + k_0 u + f, \;\; t \geq t_0, \tag{1}$$

где $y(t)$, $u(t)$, $f(t)$ – выход объекта, управление и возмущение соответственно; $y^{(i)}$, $u^{(j)}$ $\left(i = \overline{1,n},\;\; j = \overline{1,\gamma}\right)$ – производные выхода и входа объекта; коэффициенты d_i, k_j $(i = \overline{0, n-1},\;\; j = \overline{0,\gamma})$ – неизвестные числа, n – известно, $\gamma < n$; возмущение $f(t)$ – ограниченная функция:

$$|f(t)| \leq f^*, \tag{2}$$

где f^* – число.

Задача состоит в построении регулятора, описываемого дифференциальным уравнением

$$g_{n-1}u^{(n-1)} + \cdots + g_0 u = r_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + r_0 y, \tag{3}$$

такого, чтобы начиная с некоторого момента времени $t_N > t_0$ характеристический полином системы (1), (3)

$$\varphi(s) = d(s)g(s) - k(s)r(s) = \varphi_{2n-1}s^{2n-1} + \cdots + \varphi_0, \tag{4}$$

где $d(s) = s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \cdots + d_0$, $g(s) = g_{n-1}s^{n-1} + \cdots + g_0$, $k(s) = k_\gamma s^\gamma + \cdots + k_0$, $r(s) = r_{n-1}s^{n-1} + \cdots + r_0$ был близок к заданному полиному

$$\psi(s) = \psi_{2n-1}s^{2n-1} + \cdots + \psi_0, \tag{5}$$

корни которого имеют отрицательные вещественные части и определяются исходя из требований к времени регулирования. Кроме того, если объект (1) – минимально - фазовый, (корни полинома $k(s)$ - левые), то можно указать [5] структуру этого полинома и способ выбора его коэффициентов по требованиям к точности регулирования.

Выход объекта и регулятора должен удовлетворять требованиям

$$|y(t)| \leq y^*, |u(t)| \leq u^*, \; t \geq t_0, \tag{6}$$

где y^* и u^* – заданные числа.

Предполагается, что существует "идеальный" модальный регулятор (3), который получается из тождества $\psi(s) = \varphi(s)$ при известных коэффициентах объекта, обеспечивающий выполнение требований (6).

Для решения этой задачи применим адаптивное управление, которое описывается уравнением с кусочно - постоянными коэффициентами

$$g_{n-1}^{[i]}u^{(n-1)} + \cdots + g_0^{[i]}u = r_{n-1}^{[i]}y^{(n-1)} + \cdots + r_0^{[i]}y + v^{[i]}, \;\; t_{i-1} \le t < t_i, \;\; i = \overline{1,N} \qquad (7)$$

В этом уравнении i $\left(i = \overline{1,N}\right)$ – номер интервала адаптации, t_i – момент окончания i-того интервала; t_i, также как и числа N, $g_k^{[i]}$, $r_k^{[i]}$, $(k = \overline{0,n-1},\ i = \overline{1,N})$, находятся в процессе адаптации, $v_k^{[i]}(t)$, – испытательное воздействие вида

$$v^{[i]}(t) = \sum_{k=1}^{\theta} \rho_k^{[i]} \sin \omega_k^{[i]}(t - t_{i-1}), \;\; t_{i-1} \le t < t_i \qquad i = \overline{1,N} \qquad (8)$$

с заданными амплитудами $\rho_k^{[i]}$ и частотами $\omega_k^{[i]}$ $(k = \overline{1,n},\ i = \overline{1,N})$, которые кратны базисной частоте ω_b: $\omega_k = c_k\omega_b$, c_k $(k = \overline{1,n})$ – целые положительные числа, $\theta = n$, либо $\theta = 2n-1$.

На некоторых интервалах адаптации, в частности при $i = 1$, дифференциальное уравнение (7) является алгебраическим

$$u = v^{[i]} \quad i \in \overline{1,N} \qquad (9)$$

Это означает, что в (7) $g_k^{[i]} = r_k^{[i]} = 0$ $(k = \overline{1,n-1})$, $g_0^{[i]} = 1$, $r_0^{[i]} = 0$.

В таких случаях сигнал (8) содержит n - гармоник $(\theta = n)$, а в остальных случаях $\theta = 2n-1$.

После окончания процесса адаптации в момент времени t_N, регулятор описывается уравнением (3), в котором $g_i = g_i^{[N]}$, $r_i = r_i^{[N]}$, $i = \overline{0,n-1}$

В процессе адаптации амплитуды $\rho_k^{[i]}$ $(i = \overline{1,N},\ k = \overline{1,n}$ должны удовлетворять следующему условию "малости возбуждения"

$$\left|y^{[i]}(t) - \bar{y}^{[i]}(t)\right| \le \bar{\varepsilon}_y, \quad \left|u^{[i]}(t) - \bar{u}^{[i]}(t)\right| \le \varepsilon_u, \;\; (i = \overline{1,N}) \qquad (10)$$

где $y^{[i]}(t)$ и $u^{[i]}(t)$ – выходы объекта и регулятора системы (1), (7) на i -том интервале адаптации, $\bar{y}^{[i]}(t)$ и $\bar{u}^{[i]}(t)$ – те же выходы, но при отсутствии испытательного воздействия $(v^{[i]} = 0)$, ε_y и ε_u – заданные числа. Требование (10) означает, что испытательное воздействие не должно сильно изменять "естественные" выходы объекта и регулятора – $\bar{y}^{[i]}(t)$ и $\bar{u}^{[i]}(t)$. Процесс настройки амплитуд испытательного сигнала, обеспечивающий выполнение условий (10), в настоящей работе не рассматривается и поэтому верхний индекс $[i]$ в обозначении амплитуд и частот испытательного сигнала (8) далее опускается.

Задача 1. Найти алгоритм адаптации коэффициентов регулятора (7) такой, чтобы при $t > t_N$ коэффициенты характеристического полинома (4) системы (1), (3) и заданного полинома (5) удовлетворяли требованию

$$|\psi_i - \varphi_i| \le \varepsilon_i^{\psi} \quad i = \overline{0,2n-1}, \qquad (11)$$

где $\varepsilon_i^{\psi}(i = \overline{0,2n-1})$ – заданные числа. ■

Приводимое ниже решение этой задачи основано на многократной частотной идентификации. Вначале идентифицируется объект (1) и оценки его коэффициентов используются для вычисления, с использованием (5), модального регулятора (7), затем идентифицируется замкнутая система (1), (7) и находятся оценки коэффициентов её характеристического полинома и для этих оценок проверяется требование (11), если оно нарушается, то результаты идентификации замкнутой системы используются для уточнения оценок коэффициентов объекта.

Интуитивно ясно, что частотная идентификация не приведёт к цели (11), если возмущение $f(t)$ содержит гармоники с частотами испытательного воздействия (8). Чтобы исключить подобную ситуацию далее рассматривается подкласс неизвестных, ограниченных возмущений, называемых ФФ-фильтруемыми возмущениями, понятие которых вводится в разделе 5 при исследовании сходимости процесса адаптации. Важно заметить, что свойство ФФ-фильтруемости возмущения может быть проверено экспериментально и после такой проверки может быть использован приводимый ниже алгоритм адаптации.

3. Идентификация объекта

На первом интервале адаптации объект (1) возбуждается испытательным сигналом

$$u(t) = v^{[1]}(t) = \sum_{k=1}^{n} \rho_k \sin \omega_k (t - t_0) \tag{12}$$

и его выход подаётся на фильтр Фурье

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_k = \alpha_k(\tau) &= \frac{2}{\rho_k \tau} \int_{t_F}^{t_F+\tau} y(t) \sin \omega_k (t - t_0)\, dt \\ \hat{\beta}_k = \beta_k(\tau) &= \frac{2}{\rho_k \tau} \int_{t_F}^{t_F+\tau} y(t) \cos \omega_k (t - t_0)\, dt \end{aligned} \qquad k = \overline{1, \theta}, \tag{13}$$

где τ – время фильтрации, t_F – момент начала фильтрации, $\theta = n$, τ и t_F – кратны базовому периоду $T_b = \dfrac{2\pi}{\omega_b}$. Для простоты, далее $t_F = T_b$ и τ называется длительностью интервала адаптации.

Выходы фильтра Фурье $\alpha_k(\tau)$ и $\beta_k(\tau)$ $(k = \overline{1, n})$ являются оценками частотных параметров объекта

$$\alpha_k = \mathrm{Re}\, w(j\omega_k), \quad \beta_k = \mathrm{Im}\, w(j\omega_k) \quad k = \overline{1, n}, \tag{14}$$

где $w(s) = \dfrac{k(s)}{d(s)}$ – его передаточная функция.

Из выражений (14) следует, что частотные параметры и коэффициенты объекта связаны уравнениями

$$k(j\omega_k) - (\alpha_k + j\beta_k)\bar{d}(j\omega_k) = (\alpha_k + j\beta_k)(j\omega_k)^n \qquad k = \overline{1, n}, \tag{15}$$

где $\bar{d}(s) = d(s) - s = d_{n-1}s^{n-1} + \cdots + d_0$.

Для полностью управляемого объекта и различных положительных испытательных частот ω_k $(k = \overline{1, n})$ это уравнение имеет [9] единственное решение d_i, k_i $(i = \overline{0, n-1})$ $(k_{n-1} = \cdots = k_{\gamma+1} = 0)$.

Записывая уравнение (15) в более детальной форме и заменяя в них частотные параметры их оценками, которые находятся как выходы фильтра Фурье (13), получим систему линейных алгебраических уравнений, называемую [6] частотными уравнениями идентификации

$$\sum_{i=0}^{n-1}(j\omega_k)^i\hat{k}_i - (\hat{\alpha}_k + j\hat{\beta}_k)\sum_{i=0}^{\theta-1}(j\omega_k)^i\hat{d}_i = (\hat{\alpha}_k + j\hat{\beta}_k)(j\omega_k)^\theta \quad k=\overline{1,\theta}, \theta = n, \tag{16}$$

где $\hat{d}_i,\ \hat{k}_i\ \ (i=\overline{0,n-1})$ – искомые оценки коэффициентов объекта (1).

Для определения длительности $\tau = qT_b$ этого и других интервалов адаптации будем использовать следующие необходимые условия сходимости идентификации

$$|d_i(qT_b) - d_i[(q+1)T_b)]| \le \varepsilon_i^d\ \ |k_i(qT_b) - k_i[(q+1)T_b)]| \le \varepsilon_i^k,\ \ i=\overline{0,n-1},\ q=1,2,\dots \tag{17}$$

где $d_i(qT_b),\ \ k_i(qT_b)$ – оценки коэффициентов объекта, ε_i^d, ε_i^k $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ – заданные числа.

Алгоритм 3.1 (алгоритм конечно - частотной идентификации):

- приложить выход объекта (1), возбуждённого испытательным сигналом, (12) к входу фильтра Фурье (13),
- измерить выходы $\alpha_k(qT_b),\ \ \beta_k(qT_b)\ \ (k=\overline{1,n})$ этого фильтра в моменты времени $\tau = qT_b\ \ (q=1,2,\dots)$,
- найти оценки $d_i(qT_b)$, $k_i(qT_b)$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$, решая для каждого момента времени $\tau = qT_b\ \ (q=1,2,\dots)$ частотные уравнения (16), где $\hat{\alpha}_k = \alpha_k(qT_b)$, $\hat{\beta}_k = \beta_k(qT_b)$ $\left(k=\overline{1,n}\right)$,
- проверять необходимые условия (17) для каждого q до тех пор, пока это условие выполнится для некоторого $q=q_1$.

■

4. Иттеративная идентификация замкнутой системы

В результате применения алгоритма 3.1. на первом интервале адаптации, получим оценки коэффициентов объекта $\hat{d}_i = d_i(q_1T_b)$, $\hat{k}_i = k_i(q_1T_b)\ \ (i=\overline{0,n-1})$ и сформируем полиномы $\hat{d}(s) = s^n + \hat{d}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \hat{d}_0$, $\hat{k}(s) = \hat{k}_{n-1}s^{n-1} + \dots + \hat{k}_0$

Решая тождество Безу

$$\hat{d}(s)\hat{g}(s) - \hat{k}(s)\hat{r}(s) = \psi(s), \tag{18}$$

найдём коэффициенты регулятора для второго интервала

$$g^{[2]}(s)u = r^{[2]}(s)y + v^{[2]}, \tag{19}$$

где $g^{[2]}(s) = \hat{g}(s)$, $r^{[2]}(s) = \hat{r}(s)$.

Исключая переменную $u(t)$, запишем уравнение системы (1), (19) как

$$\varphi^{[2]}(s)y = k(s)v^{[2]} + g^{[2]}(s)f, \tag{20}$$

где

$$\varphi^{[2]}(s) = d(s)g^{[2]}(s) - k(s)r^{[2]}(s), \tag{21}$$

и будем рассматривать уравнение (20) как уравнение "нового" объекта управления со входом $v^{[2]}(t)$.

Частотные параметры этого "объекта", называемые [10] частотными параметрами замкнутой системы, определяются как

$$\nu_k = \operatorname{Re} w_{cl}(j\omega_k) \quad \mu_k = \operatorname{Im} w_{cl}(j\omega_k) \;\; k = \overline{1, 2n-1}, \tag{22}$$

где

$$w_{cl}(s) = k(s)/\varphi^{[2]}(s) \tag{23}$$

Оценки этих частотных параметров находятся как выходы фильтра Фурье (13), где $\theta = 2n-1$ а $\hat{\alpha}_k,\ \hat{\beta}_k$ заменяются на $\hat{\nu}_k, \hat{\mu}_k$ $(k = \overline{1, 2n-1})$.

На втором интервале применим алгоритм 3.1. для идентификации "объекта" (20): приложим к системе (1), (19) испытательный сигнал (8), где $\theta = 2n-1$, измерим выходы фильтра Фурье $\nu_k(qT_b),\ \mu_k(qT_b)$ $(k = \overline{1, 2n-1})$, решим частотные уравнения (16), где $\theta = 2n-1$, а $\hat{\alpha}_k,\ \hat{\beta}_k$ заменены оценками $\hat{\nu}_k = \nu_k(qT_b),\ \hat{\mu}_k = \mu_k(qT_b)$ $(k = \overline{1, 2n-1})$, а $\hat{d}_i$ — на $\varphi_i^{[2]}$ $(i = 0, 2n-1)$. В результате получим оценки

$$\hat{\varphi}_i^{[2]} = \varphi_i^{[2]}(qT_b) \;\; \hat{k}_j^{[2]} = k_j^{[2]}(qT_b) \qquad i = \overline{0, 2n-1} \quad j = \overline{0, n-1} \tag{24}$$

Если существует число $q = q_2$ такое, что целевые условия

$$|\psi_i - \hat{\varphi}_i^{[2]}(qT_b)| \le \varepsilon_i^{\psi} \quad i = \overline{0, 2n-1} \tag{25}$$

выполняются, то $N = 2$ и искомые полиномы регулятора (3) имеют вид: $g(s) = g^{[2]}(s)$ и $r(s) = r^{[2]}(s)$.

Точность идентификации объекта, полученная на первом интервале, может быть недостаточна и поэтому требования (25) могут не выполнятся. При этом возможны два случая:

(а) существуют амплитуды и частоты испытательного сигнала $v^{[2]}(t)$, при которых ограничения (6) выполняются,

(б) такого сигнала не существует (это может случится, например, если система (1), (19) - неустойчива, либо если неравенства (6) нарушаются при $v^{[2]} = 0$).

Рассмотрим каждую из этих ситуаций.

В случае (а) оценки частотных параметров замкнутой системы используются для улучшения оценок частотных параметров объекта, полученных на первом интервале. Для этой цели используется связь

$$\alpha_k + j\beta_k = \frac{\nu_k + j\mu_k}{(\nu_k + j\mu_k) w_c^{[2]}(j\omega_k) + w_l^{[2]}(j\omega_k)} \quad \left(k = \overline{1, n}\right) \tag{26}$$

где $w_c^{[2]}(s) = r^{[2]}(s)/g^{[2]}(s),\ w_l^{[2]}(s) = 1/g^{[2]}(s)$

Эта связь следует из выражения (23), если его записать в виде $w_{c\ell}(s) = \dfrac{w(s) w_\ell^{[2]}(s)}{1 - w(s) w_c^{[2]}(s)}$.

Оценки частотных параметров объекта $\alpha_k(qT_b)$, $\beta_k(qT_b)$ вычисляются по формулам (26) после замены ν_k и μ_k ($k = \overline{1, n}$) их оценками $\nu_k(qT_b)$, $\mu_k(qT_b)$ $(k = \overline{1, n},\ q = \tilde{q}_2, \dots)$, где $\tilde{q}_2$ – это максимальное число q, для которого были проверены целевые условия (25). Если $\tilde{q}_2 < q_1 + K$, тогда полагаем

$$\tilde{q}_2 = q_1 + K, \tag{27}$$

где K – заданное целое положительное число.

Решая частотные уравнения (16) при $\hat{\alpha}_k = \alpha_k(qT_b)$, $\hat{\beta}_k = \beta_k(qT_b)$ $(i = \overline{o, n-1},\ q = \tilde{q}_2, \ldots)$ получим, после выполнения в момент времени $\tau = q_2 T_b$ необходимых условий (17), оценки $\hat{d}_i = d_i(qT_b)$, $\hat{k}_i = k_i(qT_b)$ $(i = \overline{0, n-1})$. Решение тождества Безу (18) при этих оценках даёт коэффициенты регулятора для третьего интервала

$$g^{[3]}(s)u = r^{[3]}(s)y + v^{[3]} \tag{28}$$

и т.д.

В случае (б) нужно отключить регулятор (19) и на третьем интервале адаптации сформировать вход объекта $u(t) = v^{[3]}(t) = v^{[1]}(t)$, увеличивая время фильтрации по сравнению с первым интервалом. В связи с этим измерения выходов фильтра Фурье осуществляются на этом интервале при $q = \tilde{q}_3, \ldots$, где

$$\tilde{q}_3 = q_2 + K, \tag{29}$$

Алгоритм 3.1. и тождество (18) дают коэффициенты регулятора

$$g^{[4]}(s)u = r^{[4]}(s)y + v^{[4]} \tag{30}$$

и т.д.

5. Условия сходимости процесса адаптации

Введём получаемые экспериментально функции

$$\left.\begin{aligned} \ell_k^{\alpha}(\tau) &= \frac{2}{\rho_k \tau} \int\limits_{t_F}^{t_F+\tau} \bar{y}(t) \sin \omega_k (t - t_0)\, dt \\ \ell_k^{\beta}(\tau) &= \frac{2}{\rho_k \tau} \int\limits_{t_F}^{t_F+\tau} \bar{y}(t) \cos \omega_k (t - t_0)\, dt \end{aligned}\right. \qquad k = \overline{1, \theta}, \tag{31}$$

являющиеся выходами фильтра Фурье, на входы которого подаётся "естественный" $(v^{[i]} = 0)$ выход объекта (1) либо системы (1), (7).

Определение 5.1 Возмущение $f(t)$ называется *ФФ-фильтруемым* (фильтруемым с помощью фильтра Фурье) на заданном наборе испытательных частот ω_k $(k = \overline{1, \theta})$, если существует время фильтрации τ^* такое, что выполняются условия

$$|\ell_k^{\alpha}(\tau)| \le \varepsilon_k^{\alpha}, \quad |\ell_k^{\beta}(\tau)| \le \varepsilon_k^{\beta}, \quad \tau \ge \tau^* \quad k = \overline{1, \theta}, \tag{32}$$

где ε_k^{α} и ε_k^{β} $(k = \overline{1, \theta})$ – заданные числа.

Если возмущение таково, что

$$\lim_{\tau \to \infty} \ell_k^{\alpha}(\tau) = \lim_{\tau \to \infty} \ell_k^{\beta}(\tau) = 0 \quad k = \overline{1, n}, \tag{33}$$

то $f(t)$ называется строго ФФ - фильтруемым. ■

Покажем, что ФФ-фильтруемое возмущение существует. Рассмотрим функцию

$$f(t)=\sum_{k=1}^{n_1}\delta_k \sin\omega_k^f(t-t_0),\quad t\ge t_0, \tag{34}$$

где n_1, δ_k и ω_k^f $\left(k=\overline{1,n_1}\right)$ – неизвестные числа.

Выход объекта (1) имеет в этом случае вид $\bar y(t)=y_b^f+æ(t)$, где вынужденная составляющая y_b^f описывается выражением

$$y_b^f=\sum_{k=1}^{n_1}\delta_k\left[\alpha_k^f\sin\omega_k^f(t-t_0)+\beta_k^f\cos\omega_k^f(t-t_0)\right],$$

в котором α_k^f и β_k^f $(k=\overline{1,n_1},\;\; i=\overline{1,n})$ – некоторые числа, а функция $æ(t)$ затухает $(\lim\limits_{t\to\infty}æ(t)=0)$.

Если частоты возмущения и испытательного сигнала не совпадают: $\omega_k^f\ne\omega_i$ $(k=\overline{1,n_1},\;\; i=\overline{1,n})$, то легко проверить, что условия (33) выполняются и возмущение (34) — строго ФФ - фильтруемо.

Если хотя бы одна из частот возмущения совпадает с испытательной, например, $\omega_1^f=\omega_1$, то возмущение (34) – ФФ - фильтруемо при условии

$$\frac{1}{\rho_1}\left|\delta_1\alpha_1^f\right|\le\varepsilon_1^\alpha\quad\frac{1}{\rho_1}\left|\delta_1\beta_1^f\right|\le\varepsilon_1^\beta$$

Утверждение 5.1 Если возмущение $f(t)$ – ФФ - фильтруемо, то существует время фильтрации τ^{**} такое, что ошибки фильтрации частотных параметров объекта $\Delta\alpha_k(\tau)=\alpha_k-\alpha_k(\tau),\;\;\Delta\beta_k(\tau)=\beta_k-\beta_k(\tau)$ $(k=\overline{1,n})$ удовлетворяют неравенствам

$$|\Delta\alpha_k(\tau)|\le\varepsilon_k^\alpha,\quad|\Delta\beta_k(\tau)|\le\varepsilon_k^\beta\;\;(k=\overline{1,n}) \tag{35}$$

Если возмущение $f(t)$ – строго ФФ - фильтруемо, то эти ошибки – исчезающие функции

$$\lim_{\tau\to\infty}\Delta\beta_k(\tau)=\lim_{r\to\infty}\Delta\beta_k(r)\;\;(k=\overline{1,n}) \tag{36}$$

■

Доказательство утверждения приведено в приложении. Это утверждение с точностью до замены $\alpha_k(\tau)$, $\beta_k(\tau)$ на $\nu_k(\tau)$, $\mu_k(\tau)$, а n на $2n-1$ справедливо для системы (1), (7).

Неравенства (35) означают, что числа ε_k^α, ε_k^β $(k=\overline{1,n})$, определяющие свойство ФФ - фильтруемости возмущения $f(t)$, являются границами ошибок фильтрации и, если эти числа достаточно малы, то будут малы ошибки идентификации объекта (1) (либо системы (1), (7)) и поэтому процесс адаптации сходится, если на некотором его интервале достижимо время фильтрации τ^{**}. Достижимость величины τ^{**} следует из требований (27), (29)), которые означают, что длительность каждого последующего интервала превышает длительность предыдущего интервала, по крайней мере на заданную величину KT_b. Из этого свойства интервалов адаптации и выражений (36) очевидно следующее.

Утверждение 5.2 Если возмущение $f(t)$ – строго ФФ - фильтруемо, то процесс адаптации сходится. ■

Отметим, что требование строгой ФФ - фильтруемости возмущения можно ослабить, используя алгоритм с последовательными парами [11], в соответствии с которым испытательный сигнал изменяет знак в середине каждого интервала адаптации и результаты измерения выхода фильтра Фурье, полученные в первой и во второй половинах интервала адаптациии суммируются и делятся пополам. Если возмущение таково, что функции (31) мало изменяются при увеличении τ: $\left|\ell^{\alpha}_{k}(\frac{\tau}{2})\right| = |\ell^{\alpha}_{k}(\tau)|$, $\left|\ell^{\beta}_{k}(\frac{\tau}{2})\right| = \left|\ell^{\beta}_{k}(\tau)\right|$, $(k = \overline{1,\theta})$, то при указанном сложении эти функции вычитаются и для таких возмущений справедливо утверждение 5.2. К такому виду возмущений относится, в частности, функция (34) при совпадении частот возмущения и испытательного сигнала.

6. Пример

Пусть имеется полностью управляемый и асимптотически устойчивый объект управления, описываемый уравнением

$$\dddot{y} + d_2\ddot{y} + d_1\dot{y} + d_0 y = k_1\dot{u} + k_0 u + f \tag{37}$$

с неизвестными коэффициентами и неизвестным ограниченным возмущением, удовлетворяющим условию

$$|f(t)| \leq 5 \tag{38}$$

Задача 6.1 В результате адаптации найти коэффициенты регулятора

$$g_2\ddot{u} + g_1\dot{u} + g_0 u = r_2\ddot{y} + r_1\dot{y} + r_0 y \tag{39}$$

такие, чтобы характеристический полином системы (37), (39) и желаемый полином этой системы

$$\psi(s) = s^5 + 15s^4 + 85s^3 + 226s^2 + 276s + 120 \tag{40}$$

удовлетворяли требованиям

$$|\psi_i - \varphi_i| \leq 0.2\psi_i \;\; (i = \overline{1,5}). \tag{41}$$

■

Примечание 6.1 Численные эксперименты, реализующие в процесс адаптации, осуществлялись на ПЭВМ с помощью пакета АДАПЛАБ. В этих экспериментах коэффициенты объекта имели следующие значения

$$d_2 = 6,2; \;\; d_1 = 26,2; \;\; d_0 = 5; \;\; k_1 = -2; \;\; k_0 = 5, \tag{42}$$

которые соответствуют передаточной функции

$$w(s) = \frac{25(-0.4s + 1)}{(5s+1)(s^2 + 6s + 25)} \tag{43}$$

из известной [12] тестовой задачи (benchmark) для проверки эффективности алгоритмов адаптации, а возмущение $f(t) = 5\sin 1.5t$. ■

Н а   п е р в о м   и н т е р в а л е   а д а п т а ц и и   к объекту (37) был приложен испытательный сигнал

$$u(t) = 0.1\sin 0.2t + 0.2\sin 2t + 0.3\sin 6t \tag{44}$$

и в моменты времени $\tau = qT_b$, где $T_b = \dfrac{2\pi}{\omega_1} = 31,4$сек, измерены выходы фильтра Фурье (13) при $\theta = 3$. При этом для каждого q решались частотные уравнения (16) $(\theta = 3)$ и проверялись необходимые условия (17), в которых

$$\bar{\varepsilon}_i^d = 0.1 d_i(qT_b) \;\; \bar{\varepsilon}_j^k = 0.1 k_j(qT_\delta) \;\; (i = \overline{0,2}; j = \overline{0,1}) \tag{45}$$

При $q = 2$ условия (17) выполнились, а соответствующие оценки коэффициентов объекта имели значения

$$\hat{d}_2 = 6.19, \; \hat{d}_1 = 25.88, \; \hat{d}_0 = 5.49, \; \hat{k}_1 = -1.97, \; \hat{k}_0 = 4.9 \tag{46}$$

После решения тождества Безу (18) были получены коэффициенты регулятора

$$g_2^{[2]} = 0.99, \; g_1^{[2]} = 8.8, \; g_0^{[2]} = 5.78, \; r_2^{[2]} = 0.61, \; r_1^{[2]} = 23.69, \; r_0^{[2]} = 18.47 \tag{47}$$

На втором интервале адаптации к системе (37),(39) с коэффициентами регулятора (47) был приложен испытательный сигнал

$$v^{[2]}(t) = \sin 1t + 2\sin 2t + 4\sin 3t + 8\sin 4t + 16\sin 6t \tag{48}$$

и измерены, в моменты времени $\tau = q\tilde{T}_\delta$, где $\tilde{T}_b = 2\pi$, выходы фильтра Фурье (13) при $\theta = 5$.

Для каждого q решались частотные уравнения (16) при $\theta = 5$ и проверялись целевые условия

$$|\psi_i - \varphi_i(q\tilde{T}_b)| \leq 0.2\psi_i \quad (i = 0,) \tag{49}$$

При $q = 10$ эти условия выполнились и следовательно, искомый регулятор имеет вид

$$0.99\ddot{u} + 8.8\dot{u} + 5.78u = 0.61\ddot{y} + 23.69\dot{y} + 18.47y \tag{50}$$

Приложение

Доказательство утверждения 5.1 Выход объекта (1) можно представить как

$$y(t) = y^u(t) + y^0(t) + y^f(t), \;\; (y^u(t) + y^f(t) = \bar{y}(t)), \tag{П.1}$$

где $y^u(t)$ – составляющая, вызванная испытательным сигналом (12), $y^0(t)$ – зависит от начальных условий, компонента $y^f(t)$ возбуждается возмущением $f(t)$. Составляющая $y^u(t)$ состоит из вынужденной компоненты $y^b(t)$ и сопровождающей (затухающей) функцией $æ_u(t)$:

$$y^u(t) = y^b(t) + æ_u(t)$$

Вынужденная составляющая описывается выражением

$$y_b(t) = \sum_{k=1}^{n} \rho_k \left[\alpha_k \sin\omega_k(t - t_0) + \beta_k \cos\omega_k(t - t_0)\right], \tag{П.2}$$

а свободная составляющая, так же как и функция $y^0(t)$, обладает свойством

$$\lim_{\tau\to\infty} æ_u(t) = \lim_{\tau\to\infty} y^0(t) = 0 \qquad (\text{П}.3)$$

Подставим выражение (П.1) в уравнение фильтра Фурье (13) и получим, с учётом (П.2) и кратности испытательных частот, структуру оценок частотных параметров

$$\hat{\alpha}_k = \alpha_k + e_k^{\alpha}(\tau) + \ell_k^{\alpha}(\tau),\ \hat{\beta}_k = \beta_k + e_k^{\beta}(\tau) + \ell_k^{\beta}(\tau)\ \ (k = \overline{1,n}), \qquad (\text{П}.4)$$

в которой слагаемые $e_k^{\alpha}(\tau)$ и $e_k^{\beta}(\tau)$ $(k = \overline{1,n})$ зависят только от функции $æ_u(t)$ и $y^0(t)$ и поэтому обладают свойством

$$\lim_{\tau\to\infty} e_k^{\alpha}(t) = \lim_{\tau\to\infty} e_k^{\beta}(t) = 0\ \ (k = \overline{1,n}) \qquad (\text{П}.5)$$

Используя это свойство и учитывая условия (32), получим из (П.4) неравенства (35) утверждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фрадков А.Л.* Адаптивное управление в сложных системах // М.: Наука, 1990.
2. *Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А.* Адаптивное управление динамическими объектами // М.: Наука, 1981.
3. *Якубович В.А.* Адаптивная стабилизация линейных процессов // АиТ. 1988. 4. С.97 - 107.
4. *Zhao X. and R. Lozano* Adaptive pole placement for continuous-time system in the presence of bounded disturbance // 12th World Congress IFAC. 1993. Preprints of papers, V.1, P. 205-210.
5. *Александров А.Г.* Частотное адаптивное управление I, II // АиТ. 1994. 12. С.93 - 104; 1995. 1 С. 205 - 210.
6. *Александров А.Г.* Адаптивное управление на основе идентификации частотных характеристик // Теория и системы управления. 1995. 2. С.63 - 71.
7. *Красовский А.А.* Динамика непрерывных самонастраивающихся систем // М.: Наука. 1963.
8. *Рутковский В.Ю., Ссорин - Чайков В.И.* Исследование динамики одного класса самонастраивающихся систем с пробным сигналом // Изв. АН СССР. техническая кибернетика. 1964. 5, С.18 - 24.
9. *Александров А.Г.* Метод частотных параметров // АиТ. 1989. 12. С.3 - 15.
10. *Alexandrov, A.G.* Finite-frequency identification: model validation and bounded test signal // 13th Word Congress of IFAC San-Francisco. USA. Preprints. 1996. V. I. P.393-398.
11. *Александров А.Г.* Частотные регуляторы // АиТ. 1991. 1. С.22 - 33.
12. *Graebe, S.F.* Robust and adaptive control of an unknown plant: A benchmark of new format // 12th world congress of IFAC. 1993. Sydney. Preprints of papers. V. III, P.165-170.
13. *Alexandrov A.G.* Frequency adaptive control of stable plant in the presente of bounded disturbance", IFAC Workshop "Adaptive systems in Control and signal processing // Preprints. 1998. P. 94 - 99.